

涡旋发展和移动的动力和热力问题 I : PV - Q 观点^{*}

郑永骏^{1,2} 吴国雄¹ 刘屹岷¹ZHENG Yongjun^{1,2} WU Guoxiong¹ LIU Yimin¹

1. 中国科学院大气物理研究所大气科学和地球流体力学数值模拟国家重点实验室,北京,100029

2. 中国科学院大学,北京,100049

1. *State Key Laboratory of Numerical Modeling for Atmospheric Sciences and Geophysical Fluid Dynamics, Institute of Atmospheric Physics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100029, China*2. *University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China*

2012-03-28 收稿,2012-08-31 改回.

郑永骏,吴国雄,刘屹岷. 2013. 涡旋发展和移动的动力和热力问题 I : PV - Q 观点. 气象学报,71(2): 185-197Zheng Yongjun, Wu Guoxiong, Liu Yimin. 2013. Dynamical and thermal problems in vortex development and movement. Part I : A PV - Q view. *Acta Meteorologica Sinica*, 71(2): 185-197

Abstract Based on the Lagrangian change equation of vertical vorticity deduced from the equation of three-dimensional Ertel potential vorticity (PV_e), the development and movement of vortex are investigated from the view of potential vorticity and diabatic heating (PV - Q). It is demonstrated that the asymmetric distribution in the vortex of the non-uniform diabatic heating in both vertical and horizontal can lead to the vortex's development and movement. The theoretical results are used to analyze the development and movement of a Tibetan Plateau (TP) vortex (TPV), which appeared over the TP, then slid down and moved eastward in late July 2008, resulting in heavy rainfall in Sichuan Province and along the middle and lower reaches of the Yangtze River. The relative contributions to the vertical vorticity development of the TPV are decomposed into three parts: the diabatic heating, the change in horizontal component of PV_e (defined as PV_2), and the change in static stability θ_z . The results show that in most cases, diabatic heating plays a leading role, followed by the change in PV_2 , while the change of θ_z usually has a negative impact in a stable atmosphere when the atmosphere becomes more stable, and has a positive contribution when the atmosphere approaches neutral stratification. The intensification of the TPV from 06:00 to 12:00 UTC 22 July 2008 is mainly due to the diabatic heating associated with the precipitation on the eastern side of the TPV when it uplifted on the up-slope of the northeastern edge of the Sichuan basin. The vertical gradient of diabatic heating makes positive (negative) PV_e generation below (above) the maximum of diabatic heating; the positive PV_e generation not only intensifies the low-level vortex but also enhances the vertical extent of the vortex as it uplifts. The change in PV_e due to the horizontal gradient of diabatic heating depends on the vertical shear of horizontal wind that passes through the center of diabatic heating. The horizontal gradient of diabatic heating makes positive (negative) PV_e generation on the right (left) side of the vertical shear of horizontal wind. The positive PV_e generation on the right side of the vertical shear of horizontal wind not only intensifies the local vertical vorticity but also affects direction of movement of the TPV. These diagnostic results are in good agreement with the theoretic results developed from the PV - Q view.

Key words Tibetan Plateau vortex, Vorticity development, Potential vorticity, Diabatic heating, Lagrangian change

摘 要 基于从三维埃尔特尔位涡(PV_e)方程推导出的垂直涡度的拉格朗日变化方程,从位涡和非绝热加热(PV - Q)的观点

* 资助课题:国家重点基础研究发展计划(973)项目(2012CB417203,2010CB950403)、国家自然科学基金项目(40875034,40925015)。

作者简介:郑永骏,主要从事数值模式和大气动力学研究。E-mail:yongjunzheng@163.com

通讯作者:吴国雄,主要从事天气和气候动力学研究。E-mail:gxwu@lasg.iap.ac.cn

研究涡旋的发展和移动,阐明了涡旋中非均匀的非绝热加热在垂直和水平方向的非对称分布对涡旋发展和移动的影响。应用得到的理论结果分析了2008年7月下旬一次青藏高原低涡的发展和移动过程,该低涡形成于青藏高原中西部,东移滑出青藏高原然后继续东移,给四川盆地和长江中下游带来强降水。低涡的垂直涡度发展可分解成由非绝热加热、位涡水平分量(PV_2)和静力稳定度(θ_e)变化引起的3个部分。结果表明,在大多数情形下,非绝热加热对垂直涡度发展起着主导作用;其次是位涡水平分量(PV_2)变化的作用;当稳定大气变得更稳定时 θ_e 变化起负作用,当大气趋向中性层结时 θ_e 变化则起正作用。2008年7月22日06—12时(世界时),当青藏高原低涡沿着四川盆地东北边的斜坡爬升时,低涡加强主要是由位于涡旋东边的强降水凝结潜热加热引起的。非绝热加热的垂直梯度在非绝热加热的最大中心的下(上)层产生正(负) PV_e 制造,正的 PV_e 制造不仅加强低层涡旋的发展,而且,增强涡旋的垂直范围。非绝热加热的水平梯度对位涡变化的影响取决于加热中心处的水平风的垂直切变,其在该水平风的垂直切变的右(左)边产生了正(负)的 PV_e 制造。水平风的垂直切变的右边的正 PV_e 制造不仅加强了该处的垂直涡度,而且,影响着低涡的移动方向。这些诊断结果证实了 $PV-Q$ 观点的理论结果。

关键词 青藏高原低涡, 涡旋发展, 位涡, 非绝热加热, 拉格朗日变化

中图法分类号 P434⁺.1

1 引言

在无摩擦和绝热的干大气中,埃尔特尔位涡(PV_e)是守恒的(Ertel, 1942)。Hoskins等(1985)系统地概述了埃尔特尔位涡在诊断大气运动中的应用。基于位涡守恒性,Wu等(1997)提出了倾斜涡度发展(SVD)理论来解释拉格朗日质点沿着倾斜等熵面下滑时垂直涡度的发展。倾斜涡度发展理论的很多应用研究得到了合理结果并展示了垂直涡度在倾斜等熵面上的发展(崔晓鹏等, 2002; 马雷鸣等, 2002; 陈忠明等, 2004; 姜勇强等, 2004; 王瀛等, 2007)。但是,如下面分析所示在位涡守恒条件下,垂直涡度的发展不仅依赖于 C_D ,而且依赖于静力稳定度(θ_e)。更重要的是,降水的凝结潜热释放在垂直涡度发展中起着重要作用(Shen, et al, 1986; 丁治英等, 1990; 陈伯民等, 1996)。于是,从位涡和非绝热加热($PV-Q$)观点理解非绝热加热是如何影响垂直涡度的发展就变得非常重要,成了本研究的主题之一。

青藏高原低涡是青藏高原上在500 hPa附近形成的浅薄气旋系统;当其移到平原地区时,青藏高原低涡成为对流层低层的气旋系统。青藏高原低涡在北半球夏季比较常见。一般来说,青藏高原低涡起源于高原中西部,然后向东移动并消亡于东部高原。其典型水平和垂直尺度分别约为500和2—3 km。有时青藏高原低涡东移出高原,给中国东部特别是四川盆地带来剧烈天气过程(叶笃正等, 1979; Tao, et al, 1981; 乔全明等, 1994; 李国平, 2002)。以前的研究发现,青藏高原低涡的形成主要是由于地表感热、地形、静力稳定度、边界层摩擦作用或中纬度槽、

气旋的大尺度环流引起的(陶诗言, 1980; 青藏高原低值系统协作组, 1987; 章基嘉等, 1988; Ding, 1993; 陈伯民等, 1996; 丁一汇, 2005)。一般认为青藏高原低涡的发展与非绝热加热尤其是凝结潜热释放密切相关(Shen, et al, 1986; 丁治英等, 1990; 陈伯民等, 1996)。青藏高原低涡的移动依赖于200—500 hPa的散度差(刘富明等, 1986)或300 hPa西南风急流的引导作用(乔全明, 1987; 孙国武等, 1988)。但是,非绝热加热的三维非均匀分布是如何影响青藏高原低涡的发展和移动? 青藏高原低涡发展过程中非绝热加热与环流配置的相互关系是什么? 这些问题目前尚不清楚,有待进一步研究。应用垂直涡度发展理论试从位涡和非绝热加热观点来理解这些问题是本研究的另一个主题。

2 2008年7月下旬一次青藏高原低涡的描述

本研究采用的数据有水平分辨率为 0.75° 的ERA-Interim再分析模式面资料(Dee, et al, 2011)和间隔3 h水平分辨率为 0.25° 的TRMM 3B42降水资料(Huffman, et al, 2007)。逐日00、06、12、18时(世界时,下同)共4个时次的ERA-Interim再分析模式面资料,在垂直方向有60混合垂直坐标层且模式层顶达到0.1 hPa。本研究所有计算都是在模式面上通过垂直坐标变换计算,保证涡度和梯度的垂直与水平分量分别是严格垂直和水平的。然后,将计算结果插值到等压面或等熵面进行分析。

2.1 青藏高原低涡路径与降水

2008年7月下旬在青藏高原西部形成一个低涡(图略),20日东移至青藏高原东部,随后在20日18时开始移出青藏高原,21日12时突然向南折行,

22 日起向东北偏东方向移动并于 23 日在黄海消亡。图 1 给出了青藏高原低涡的移动路径和降水的水平分布,图 2 是青藏高原低涡中心附近的最大垂

直相对涡度和低涡中心附近的 $3^{\circ}\times 3^{\circ}$ 面积平均 6 h 降水的时间序列。20 日 18 时起青藏高原低涡开始移出高原并不断东移,给青藏高原东侧的中国东部

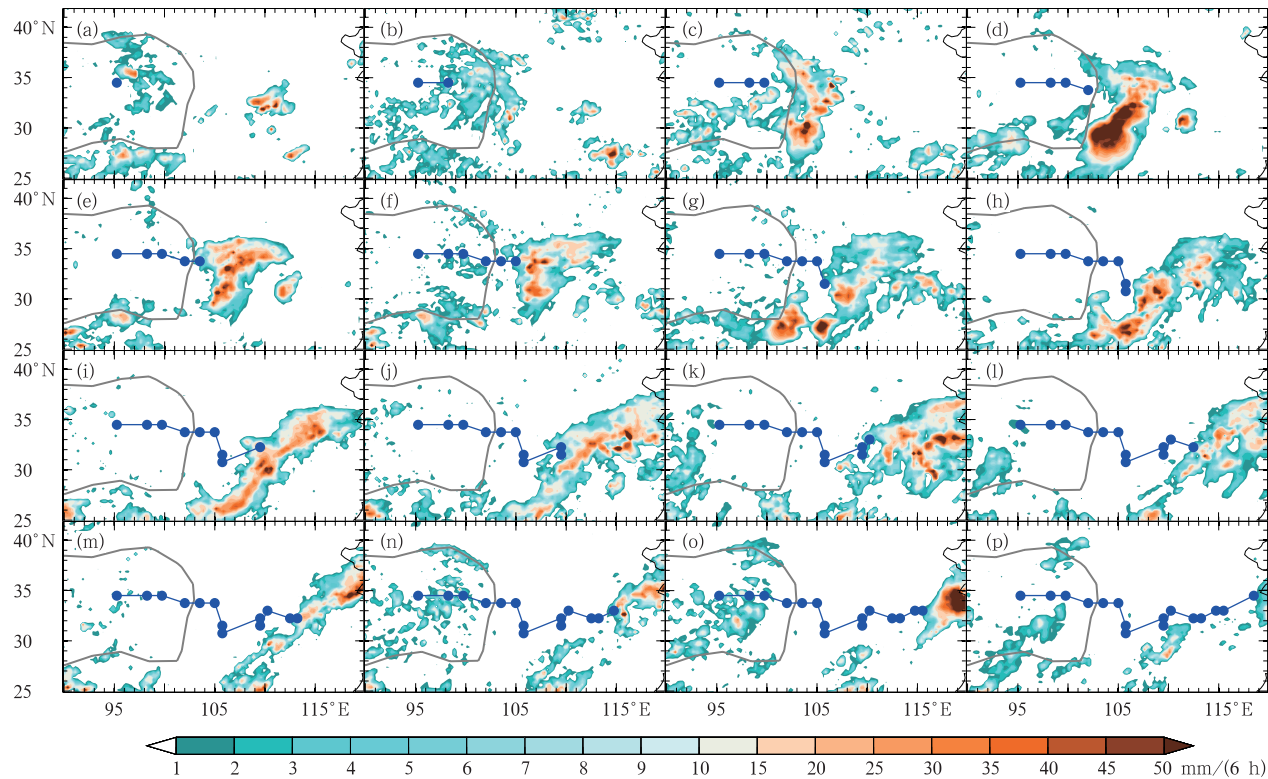


图 1 2008 年 7 月 20 日 00 时—23 日 18 时(a—p)青藏高原低涡移动路径和 6 h 降水分布的演变
(阴影为 TRMM 3B42 降水,圆点及蓝色实线为低涡移动路径。灰色粗实线是 3 km 地形等高线表示青藏高原主体)

Fig. 1 Track of the TPV from 00:00 UTC 20 to 18:00 UTC 23 July 2008 (a—p) and the associated 6 h precipitation
(Shading represents the TRMM 3B42 precipitation, the blue curve with solid circle indicates the track of the TPV, and the thick gray solid curve indicates the 3 km contour of the terrain height)

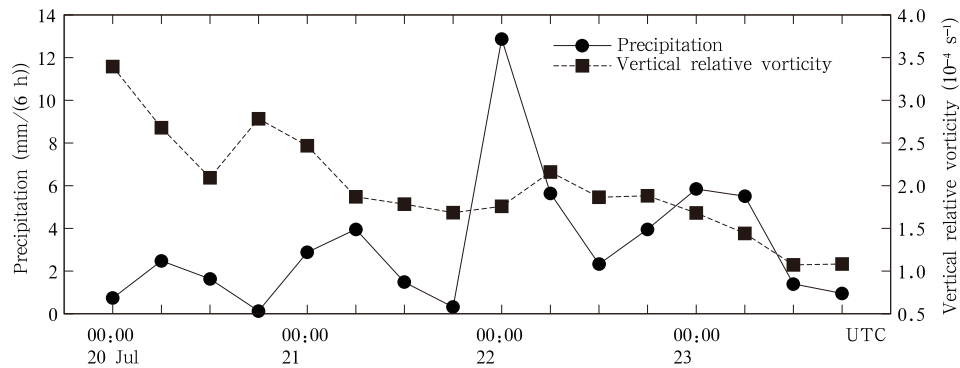


图 2 2008 年 7 月 20 日 00 时—23 日 18 时青藏高原低涡中心附近的最大垂直
相对涡度(虚线)和低涡中心附近 $3^{\circ}\times 3^{\circ}$ 面积平均降水(实线)的时间序列
Fig. 2 Time series of the central maximum vertical relative vorticity (dashed line)
of the TPV and the $3^{\circ}\times 3^{\circ}$ area average of associated precipitation (solid line)
around the center of the TPV from 00:00 UTC 20 to 18:00 UTC 23 July 2008

地区,特别是四川盆地、湖北、安徽、河南和山东带来了强降水过程。如图2所示,20日18时青藏高原低涡开始移出高原主体,低涡中心的最大垂直相对涡度加强。21日青藏高原低涡位于四川盆地,垂直相对涡度减弱,但四川盆地中东部的降水急剧增强。20日00时—21日18时青藏高原低涡东移出高原到达四川盆地,在四川省引发强降水,将其定义为青藏高原低涡发展的第1阶段。青藏高原低涡发展的第2阶段是22日00时—23日18时,低涡向东北方向移动引发湖北、安徽、河南和山东等省的强降水。在第2阶段,垂直涡度在22日06时重新发展加强然后逐渐减弱,但是,降水在22日00时增强比垂直涡度加强早(图2)。这个现象意味着垂直涡度的加强可能与降水的非绝热加热有关,这将在第4节进一步讨论。

2.2 青藏高原低涡过程的大尺度环流

图3a₁(a₂)、b₁(b₂)分别为20日06、18时300 hPa(500 hPa)的水平风、位势高度和垂直相对涡度的分布,展示了青藏高原低涡东移出高原前的环流特征。20日06时300 hPa中纬度地区有一个弱的位势高度脊位于100°E附近,其东边有一个槽位于中国北部;沿着副热带西风盛行,有一个浅槽位于青藏高原北部;在接近青藏高原地表的500 hPa环流形势与300 hPa类似,但是,在青藏高原北部的槽很强,槽中嵌着一个中心垂直相对涡度超过 10^{-4} s^{-1} 的闭合气旋,这就是本文的研究对象——青藏高原低涡。在20日18时,除了低涡东移,环流的基本特征没有大的变化,此时青藏高原低涡的东部已经移出高原主体,而低涡中心依然在高原东部之上。图3c₁(c₂)、d₁(d₂)分别为22日06、12时的500 hPa(700 hPa)的水平风、位势高度和垂直相对涡度的分布,呈现了青藏高原低涡发展的第2阶段的环流背景。此阶段的环流主要特征是高位势位于100°E以西,以东为低位势。随着青藏高原低涡东移,闭合气旋下滑到对流层低层,并在700 hPa演变成一个发展的涡旋,而在500 hPa演变成一个东移的中纬度槽。与上面描述一致,青藏高原低涡在22日06时重新加强,在22日12时达到500 hPa并重新形成580 dagpm 闭合等高线。

3 垂直涡度发展的PV-Q观点

根据埃尔特尔位涡的定义(Ertel, 1942)

$PV_e = \alpha(2\boldsymbol{\Omega} + \nabla \times \mathbf{V}) \cdot \nabla \theta = \boldsymbol{\eta}_a \cdot \nabla \theta$ (1)
其中, $\boldsymbol{\eta}_a = \eta_x \mathbf{i} + \eta_y \mathbf{j} + \eta_z \mathbf{k}$ 是单位质量的绝对涡度, $\nabla = \frac{\partial}{\partial x} \mathbf{i} + \frac{\partial}{\partial y} \mathbf{j} + \frac{\partial}{\partial z} \mathbf{k}$ 是三维梯度算子。将埃尔特尔位涡的水平分量定义为

$$PV_2 = \eta_x \theta_x + \eta_y \theta_y = \boldsymbol{\eta}_s \cdot \boldsymbol{\theta}_s \quad (2)$$

其中, $\boldsymbol{\eta}_s = \eta_x \mathbf{i} + \eta_y \mathbf{j}$ 是水平涡度, $\boldsymbol{\theta}_s = \theta_x \mathbf{i} + \theta_y \mathbf{j} = \nabla_s \theta$ 是位温的水平梯度, $\nabla_s = \frac{\partial}{\partial x} \mathbf{i} + \frac{\partial}{\partial y} \mathbf{j}$ 是水平梯度算子。于是

$$\eta_z = \frac{PV_e - PV_2}{\theta_z} = \frac{PV_e}{\theta_z} - C_D \quad (\theta_z \neq 0) \quad (3)$$

其中,

$$C_D = \frac{PV_2}{\theta_z} = \frac{\boldsymbol{\eta}_s \cdot \boldsymbol{\theta}_s}{\theta_z} \quad (\theta_z \neq 0) \quad (4)$$

这里用到的符号有 $\eta_x = \alpha \left(\frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z} \right)$, $\eta_y = \alpha \left(e + \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} \right)$, $\eta_z = \alpha \left(f + \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right)$, $\theta_x = \frac{\partial \theta}{\partial x}$, $\theta_y = \frac{\partial \theta}{\partial y}$, $\theta_z = \frac{\partial \theta}{\partial z}$, $e = 2\Omega \cos \phi$, $f = 2\Omega \sin \phi$, $\Omega = 7.292 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ 为地球自转角速度, ϕ 为纬度, θ 为位温, α 为比容。

考察垂直涡度是否发展,式(3)两边取导数得

$$\begin{aligned} \frac{d\eta_z}{dt} &= \frac{d}{dt} \left(\frac{PV_e - PV_2}{\theta_z} \right) \\ &= \frac{1}{\theta_z} \frac{dPV_e}{dt} - \frac{1}{\theta_z} \frac{dPV_2}{dt} - \frac{\eta_z}{\theta_z} \frac{d\theta_z}{dt} \end{aligned} \quad (5)$$

其中, $\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla$ 。式(5)说明沿着拉格朗日质点轨迹的 PV_e 变化, PV_2 和 θ_z 变化会影响质点垂直涡度的个别变化。式(5)右端的第2、第3项依赖于大气环流和大气热力结构,可以从位涡-位温($PV-\theta$)观点(Hoskins, 1991)来研究,并将在本研究的第2部分着重分析。式(5)右端的第1项由静力稳定度(θ_z)和位涡 PV_e 变化决定

$$\left(\frac{d\eta_z}{dt} \right)_Q = \frac{1}{\theta_z} \frac{dPV_e}{dt} \quad (\theta_z \neq 0) \quad (6)$$

根据位涡方程(Ertel, 1942; Hoskins, et al, 1985)

$$\frac{dPV_e}{dt} = \boldsymbol{\eta}_a \cdot \nabla Q + (\alpha \nabla \times \mathbf{F}) \cdot \nabla \theta \quad (7)$$

其中, $Q = \frac{d\theta}{dt}$ 表示非绝热加热。在自由大气中,摩擦力 $\mathbf{F}$ 常常可以忽略不计,于是

$$\frac{dPV_e}{dt} = \boldsymbol{\eta}_a \cdot \nabla Q = \eta_z \frac{\partial Q}{\partial z} + \boldsymbol{\eta}_s \cdot \nabla_s Q = \left(\frac{dPV_e}{dt} \right)_z + \left(\frac{dPV_e}{dt} \right)_s \tag{8}$$

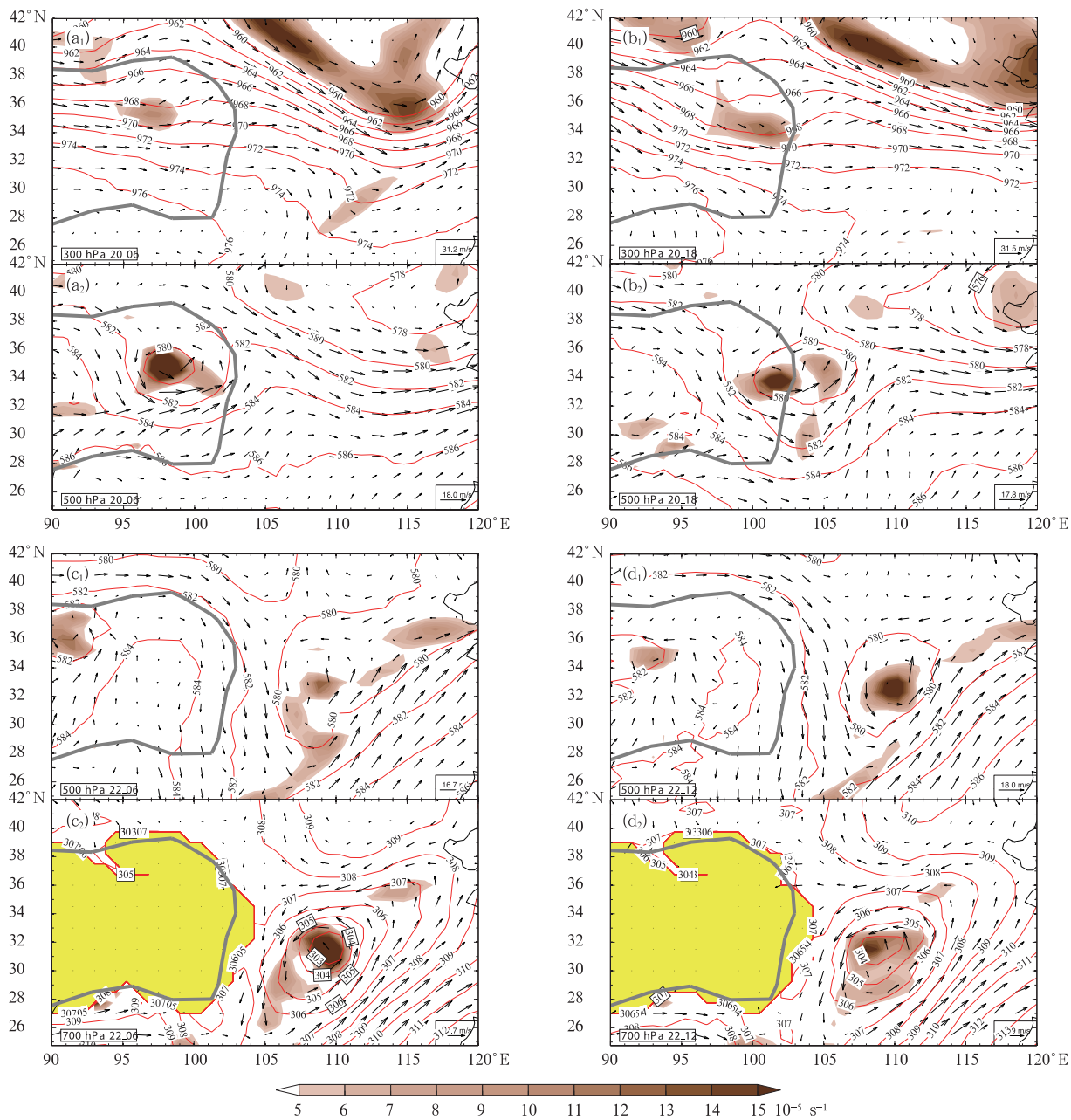


图3 水平风(向量)、位势高度(等值线,单位:dagpm)和垂直相对涡度(阴影)的分布
(a₁、a₂. 20日06时300、500 hPa, b₁、b₂. 20日18时300、500 hPa, c₁、c₂. 22日06时500、700 hPa,
d₁、d₂. 22日12时500、700 hPa;黄色区域表示位于地表下面,下同)

Fig. 3 Distributions of wind (vector), geopotential height (contour; dagpm), and vertical relative vorticity (shading; 10⁻⁵ s⁻¹) at 300 (a₁) and 500 (a₂) hPa at 06:00 UTC 20, 300 (b₁) and 500 (b₂) hPa at 18:00 UTC 20, 500 (c₁) and 700 (c₂) hPa at 06:00 UTC 22, and 500 (d₁) and 700 (d₂) hPa at 12:00 UTC 22 July 2008 (The yellow masks the region underneath the ground surface, the same for following figures)

其中,

$$\left\{ \left(\frac{dPV_e}{dt} \right)_z = \eta_z \frac{\partial Q}{\partial z} \right. \tag{9a}$$

$$\left\{ \left(\frac{dPV_e}{dt} \right)_s = \boldsymbol{\eta}_s \cdot \nabla_s Q \right. \tag{9b}$$

分别表示非绝热加热在垂直和水平方向上的非均匀性对埃尔特位涡变化的贡献。

3.1 非绝热加热的垂直非均匀性对垂直涡度发展的影响

对于非绝热加热在垂直方向的非均匀性,根据式(9a),非绝热加热的垂直梯度为正(负)的地方,位涡 PV_e 增加(减少)(吴国雄等,2000)。如图 4a 所示,非绝热加热的垂直梯度在非绝热加热的最大中心的下(上)层产生了正(负)的 PV_e 制造。根据式(6),对于稳定层结大气,下层的正 PV_e 制造对应着一个增强气旋环流从而加强下层的涡旋,而上层的负 PV_e 制造对应着一个增强反气旋环流从而减弱上层的涡旋,最终将涡旋约束在对流层低层。

值得指出的是,凝结潜热加热常常位于涡旋的东边。这是因为通过涡旋中心的纬向涡度平流往往可以忽略,因此,定常态的涡度方程可以近似为

$$\beta v \approx f \frac{\partial \omega}{\partial z}, \text{ 而垂直速度变为 } \omega \propto -\frac{\beta}{f} \frac{\partial v}{\partial z}.$$

在涡旋的东边(西边)常有 $\frac{\partial v}{\partial z} < 0$ ($\frac{\partial v}{\partial z} > 0$),于是空气在涡旋东边(西边)上升(下沉)。这意味着凝结潜热加热常常发生在涡旋的东边,因此,位于涡旋东边的非绝热加热的垂直非均匀性不仅制造了正 PV_e 使得局地的垂直涡度增强,还由于其产生了关于涡旋中心非对称的垂直涡度倾向而使得低涡东移。

3.2 非绝热加热的水平非均匀性对垂直涡度发展的影响

根据式(9b),非绝热加热的水平梯度对垂直涡度发展也有贡献;当水平涡度($\boldsymbol{\eta}_s$)与非绝热加热的水平梯度($\nabla_s Q$)同向时有正位涡制造,反向时有负涡度制造;也就是两者严格同向时位涡制造最大,两者

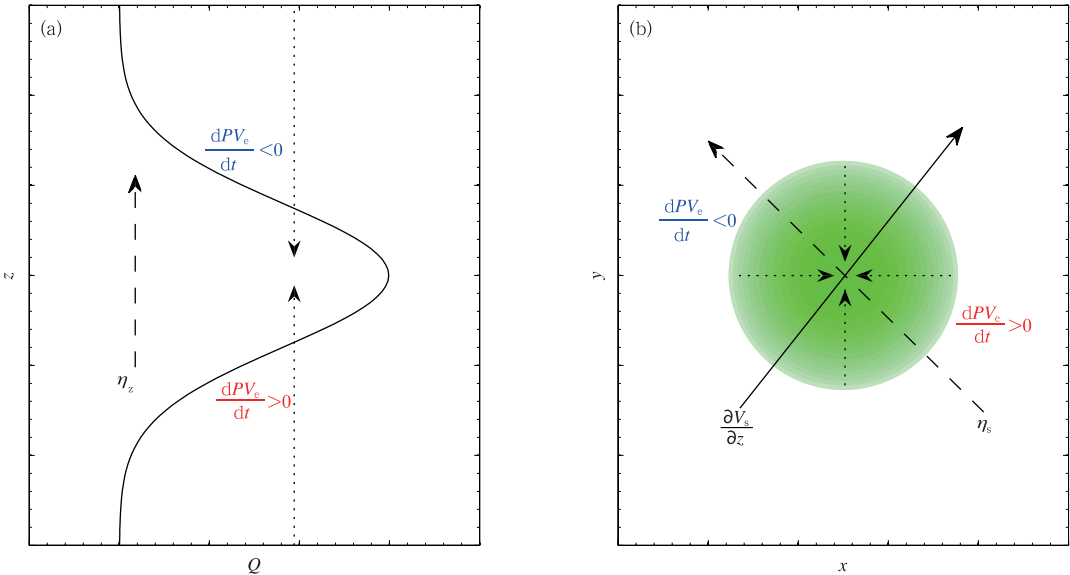


图 4 拉格朗日 PV_e 制造与非绝热加热 Q (粗实线)的垂直分布(a) (虚线箭头是垂直涡度 η_z , 点线箭头是非绝热加热的垂直梯度 $\frac{\partial Q}{\partial z}$)及与非绝热加热 Q (阴影)的水平梯度的关系(b) (实线箭头是

水平风的垂直切变 $\frac{\partial V_s}{\partial z}$, 虚线箭头是水平涡度 $\boldsymbol{\eta}_s$, 点线箭头是非绝热加热的水平梯度 $\nabla_s Q$)

Fig. 4 Lagrangian PV_e generation associated with (a) the vertical profile of diabatic heating Q (thick solid curve), and (b) the horizontal gradient of diabatic heating Q (shading). Long solid arrow is the vertical shear of horizontal wind ($\frac{\partial V_s}{\partial z}$), long dashed arrow in (a) is the vertical vorticity η_z and in (b) is the horizontal vorticity $\boldsymbol{\eta}_s$, and short dot arrows in (a) are the vertical gradient of diabatic heating $\frac{\partial Q}{\partial z}$ and in (b) are $\nabla_s Q$, which is the horizontal gradient of diabatic heating Q

正交时位涡制造为 0。垂直速度 W 的水平变化量级比水平风 $\mathbf{V}_s$ 的垂直切变量级小很多,式(9b)可以近似为

$$\left(\frac{dPV_e}{dt}\right)_s = \boldsymbol{\eta}_s \cdot \nabla_s \mathbf{Q} \approx \alpha \left(\mathbf{k} \times \frac{\partial \mathbf{V}_s}{\partial z} \right) \cdot \nabla_s \mathbf{Q} \quad (10)$$

其中, $\mathbf{V}_s$ 是水平风。式(10)说明 PV_e 变化的符号依赖于大气环流与非绝热加热的配置。如图 4b 所示,因为水平风的垂直切变($\frac{\partial \mathbf{V}_s}{\partial z}$)对应的水平涡度($\boldsymbol{\eta}_s$)垂直于切变向量并指向其左边,还因为非绝热加热的水平梯度($\nabla_s \mathbf{Q}$)指向非绝热加热的中心,所以,在切变向量的右(左)边,水平风的垂直切变($\frac{\partial \mathbf{V}_s}{\partial z}$)对应的水平涡度($\boldsymbol{\eta}_s$)与非绝热加热的水平梯度($\nabla_s \mathbf{Q}$)的标量积($\boldsymbol{\eta}_s \cdot \nabla_s \mathbf{Q}$)是正(负)的,从而在切变向量的右(左)边有正(负) PV_e 制造。根据式(6),在稳定层结大气中,北半球正垂直涡度制造和负垂直涡度制造分别产生于水平风的垂直切变($\frac{\partial \mathbf{V}_s}{\partial z}$)的右边和左边。在此情形下,非绝热加热的水平梯度($\nabla_s \mathbf{Q}$)不仅增强水平风的垂直切变($\frac{\partial \mathbf{V}_s}{\partial z}$)右边的垂直涡度,同时减弱切变向量左边的垂直涡度。由于非绝热加热的水平梯度制造的垂直涡度倾向是非对称地分布于通过非绝热加热中心的切变向量的两边,这种非对称分布的垂直涡度倾向将会进一步影响涡旋的移动。

4 青藏高原低涡发展和移动的 PV-Q 观点

以上理论分析是基于拉格朗日观点,下面将其应用到 2008 年 7 月下旬的一次青藏高原低涡过程。因为采用的 ERA-Interim 再分析资料的时间间隔是 6 h,所以,需要一个合适的拉格朗日方案计算相应的诊断量。任意量 q 的拉格朗日变化可表示为

$$\frac{dq}{dt} = \frac{q(\mathbf{r}(t)) - q(\mathbf{r}(t - \Delta t))}{\Delta t} \quad (11)$$

其中, $\mathbf{r}(t)$ 和 $\mathbf{r}(t - \Delta t)$ 分别是质点的到达位置和出发位置。半拉格朗日平流方案中的求上游点的标准迭代算法对于 6 h 如此大的时间步长是不够准确的。这里,将大时间步长分成多个相等的小时间步长 $\delta\tau$,依照 McGregor (1993) 的思想,在每个小时间步 $\delta\tau$,将由出发位置 $\mathbf{r}(\tau - \delta\tau)$ 至到达位置 $\mathbf{r}(\tau)$ 进行

泰勒展开得

$$\mathbf{r}(\tau - \delta\tau) = \mathbf{r}(\tau) + \sum_{n=1}^N \frac{(-\delta\tau)^n}{n!} \frac{d^n \mathbf{r}(\tau)}{d\tau^n} + O(\delta\tau^{N+1}) \quad (12)$$

其中, $\mathbf{r} = r\cos\lambda\cos\phi\mathbf{i} + r\sin\lambda\cos\phi\mathbf{j} + r\sin\phi\mathbf{k}$ 。于是式

(12)中的一阶导数 $\frac{d\mathbf{r}(\tau)}{d\tau}$ 可以解析计算

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{r}(\tau)}{d\tau} = & [-u\sin\lambda - v\cos\lambda\sin\phi + w\cos\lambda\cos\phi]\mathbf{i} + \\ & [u\cos\lambda - v\sin\lambda\sin\phi + w\sin\lambda\cos\phi]\mathbf{j} + \\ & [v\cos\phi + w\sin\phi]\mathbf{k} \end{aligned} \quad (13)$$

对式(13)求 τ 的全导数并舍去高阶导数项 $\frac{d^2\lambda}{d\tau^2}$ 、 $\frac{d^2\phi}{d\tau^2}$ 、 $\frac{d^2r}{d\tau^2}$,式(12)中的二阶导数 $\frac{d^2\mathbf{r}(\tau)}{d\tau^2}$ 可以近似为

$$\begin{aligned} \frac{d^2\mathbf{r}(\tau)}{d\tau^2} \approx & [-2\frac{uw}{r}\sin\lambda - 2\frac{vw}{r}\cos\lambda\sin\phi + \\ & 2\frac{uv}{r}\sin\lambda\tan\phi - \frac{u^2}{r\cos\phi}\cos\lambda - \\ & \frac{v^2}{r}\cos\lambda\cos\phi]\mathbf{i} + [2\frac{uw}{r}\cos\lambda - \\ & 2\frac{vw}{r}\sin\lambda\sin\phi - 2\frac{uv}{r}\cos\lambda\tan\phi - \\ & \frac{u^2}{r\cos\phi}\sin\lambda - \frac{v^2}{r}\sin\lambda\cos\phi]\mathbf{j} + \\ & [2\frac{vw}{r}\cos\phi - \frac{v^2}{r}\sin\phi]\mathbf{k} \end{aligned} \quad (14)$$

由于导数 $\frac{d\mathbf{r}(\tau)}{d\tau}$ 和 $\frac{d^2\mathbf{r}(\tau)}{d\tau^2}$ 可以解析得到,式(12)是准三阶精度并比数值迭代算法精确。于是本研究采用式(11)来计算各种物理量的拉格朗日变化。

4.1 位涡变化、位涡水平分量变化和静力稳定度变化对垂直涡度发展的相对贡献

应用上述方案即式(11)计算式(5)中的每一项,计算位涡变化、位涡水平分量变化、静力稳定度变化 3 项对垂直涡度变化的贡献以及垂直涡度变化。图 5 是青藏高原低涡移出高原过程中的位涡、位涡水平分量、静力稳定度变化对垂直涡度变化的相对贡献。可见,位涡变化对垂直涡度的贡献($\frac{1}{\theta_z} \frac{dPV_e}{dt}$)与垂直涡度的总变化($\frac{d\eta_z}{dt}$)形式非常相似而且量级相当。位涡水平分量对垂直涡度的贡献($-\frac{1}{\theta_z} \frac{dPV_z}{dt}$)的正中心与青藏高原低涡的垂直涡度发展中心吻

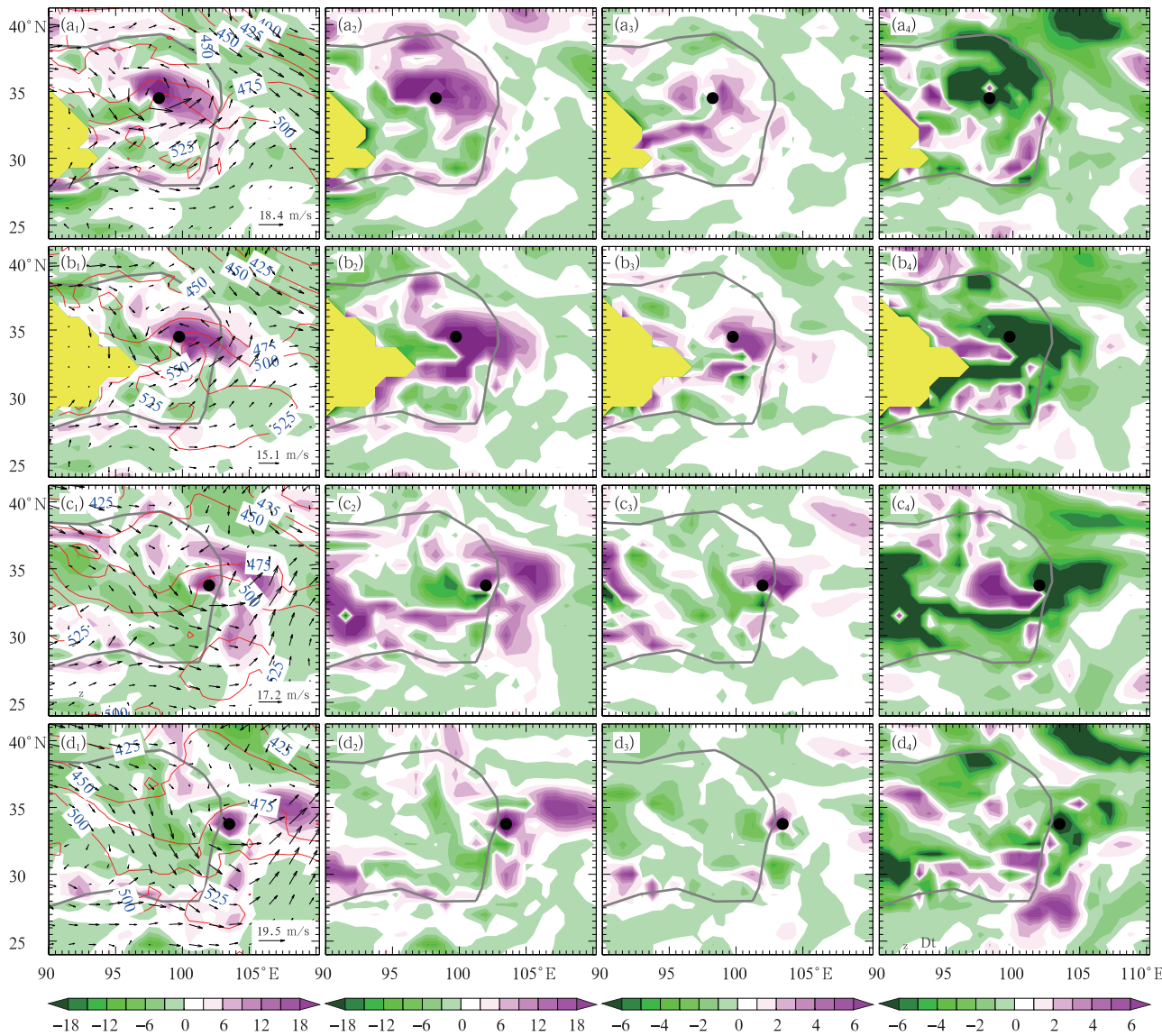


图 5 2008 年 7 月 20 日 06 时(a₁—a₄)、12 时(b₁—b₄)、18 时(c₁—c₄)、21 日 00 时(d₁—d₄)330 K 等熵面上

PV_e (a₂—d₂)、 PV_2 (a₃—d₃)和 θ_z 变化(a₄—d₄)对 η_z 发展(a₁—d₁)的相对贡献

(等值线为气压(单位:hPa),向量是水平风,阴影的单位为 $10^{-5} \text{ m}^3/(\text{kg} \cdot \text{s} \cdot 6 \text{ h})$,黑色实心圆表示青藏高原低涡的中心位置,下同)

Fig. 5 Relative contributions of the changes in PV_e , PV_2 , and θ_z to the development of vertical vorticity η_z on the 330 K isentropic surface at (a₁—a₄) 06:00 UTC 20, (b₁—b₄) 12:00 UTC 20, (c₁—c₄) 18:00 UTC 20, and (d₁—d₄) 00:00 UTC 21 July 2008. The contour line is pressure in hPa, the vector is horizontal wind, and the shading ($10^{-5} \text{ m}^3/(\text{kg} \cdot \text{s} \cdot 6 \text{ h})$) in the first column is the change of vertical vorticity η_z , (a₂—d₂), (a₃—d₃), (a₄—d₄) are the contributions to the development of vertical vorticity due to the changes in PV_e , PV_2 and θ_z , respectively (The black solid circles are the locations of the TPV, the same for following figures)

合,但量级偏小。另外,静力稳定度变化对垂直涡度的贡献($-\frac{\eta_z}{\theta_z} \frac{d\theta_z}{dt}$)常常是负的而且量级偏小,即当静力稳定度增大时垂直涡度减小,当大气变得更稳定时不利于涡旋的发展。这与忽略非线性绕流作用的

过山气流线性模式结果(背风坡气柱拉长,静力稳定度减小,涡度发展)不同。青藏高原大地形的非线性绕流作用和非绝热加热作用使得静力稳定度增加,这是因为在高原低涡东移滑出高原过程中,地形高度降低和夜间地表冷却使得近地层加热减弱,而中

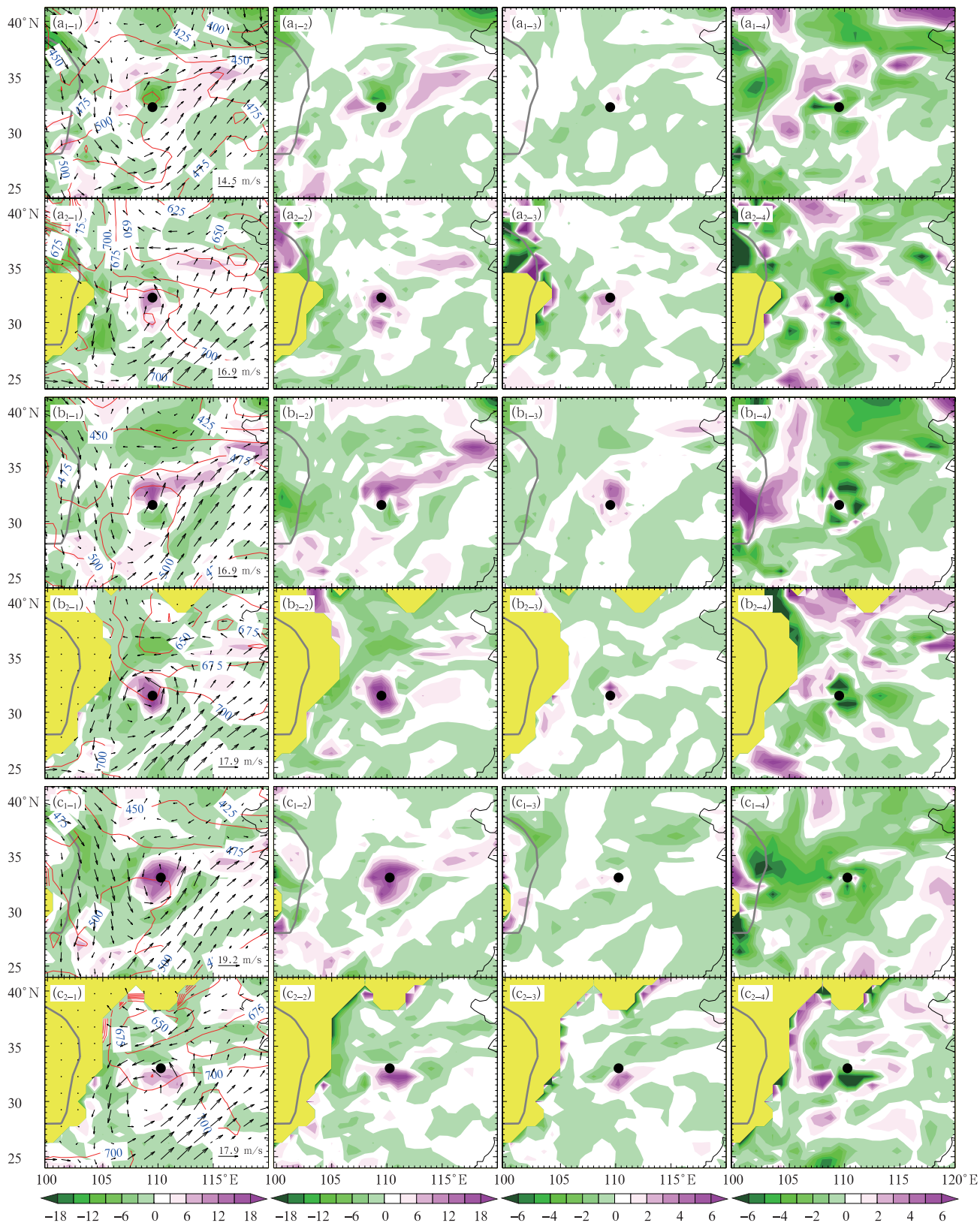


图6 同图5,但等熵面为330 K (a_1 、 b_1 、 c_1)和315 K (a_2 、 b_2 、 c_2),2008年7月22日00时(a)、06时(b)、12时(c)
Fig. 6 As in Fig. 5 but on the 330 (a_1 , b_1 , c_1) and 315 K (a_2 , b_2 , c_2) isentropic surfaces at (a) 00:00, (b) 06:00, and (c) 12:00 UTC 22 July 2008

低层降水凝结潜热释放使得 θ 增加, 因此, 沿着拉格朗日轨迹静力稳定度是增加的。以上分析表明, 在青藏高原低涡激烈发展过程中, 由于非绝热加热引起埃尔特尔位涡的拉格朗日变化对垂直涡度发展起主导作用。

青藏高原低涡发展的第 2 阶段, 22 日 00 时(图 6a), 垂直涡度在 700 hPa 附近的低层加强, 在 500 hPa 附近的中层减弱。6 h 后(图 6b)垂直涡度在中低层都加强从而低涡在垂直方向上延伸到 500 hPa 之上。12 时(图 6c), 在 500 hPa 附近的垂直涡度继续加强而 700 hPa 附近的垂直涡度开始减弱。之后垂直涡度在中低层都逐渐减弱并向东北方向移动(图略)。同样发展过程可以从 PV_e 变化对 η_z 的贡献(图 6a₁₋₂、a₂₋₂, b₁₋₂、b₂₋₂, c₁₋₂、c₂₋₂) 中看得更清楚。此外, 可以看到位涡水平分量变化对垂直涡度的贡献在 22 日 06 时 500 hPa 附近也非常显著(图 6b)。与第 1 阶段类似, 22 日 00 时静力稳定度变化对垂直涡度的贡献是负的(图 6a)。然而, 从图 6b、6c 可见静力稳定度变化对垂直涡度的贡献在低涡中心附近是正的。这表明此情形下静力稳定度变化起正贡献, 也就是在静力稳定(不稳定)大气中当静力稳定度减小(增大), 垂直涡度加强发展。

4.2 非绝热加热的垂直梯度的作用

以上结果表明 PV_e 变化对垂直涡度发展起主导作用。 PV_e 变化是由于摩擦和非绝热加热引起的。根据式(9a), 在自由大气中 PV_e 变化主要是由非绝热加热引起的。为了理解非绝热加热的垂直梯度对垂直涡度的影响, 图 7 给出了在青藏高原低涡发展的第 2 阶段的垂直涡度的总变化, PV_e 的变化, 非绝热加热和非绝热加热的垂直梯度对垂直涡度的贡献($\eta_z \frac{\partial Q}{\partial z}$)。

在 21 日 18 时没有显著的降水过程(图 2), 对流层中层没有显著的非绝热加热, 非绝热加热的垂直梯度引起的低层正 PV_e 制造比较弱, 因此, 低层低涡的发展比较弱而且青藏高原低涡主要集中在对流层低层(图略)。之后, 当青藏高原低涡到达四川盆地东北边缘并沿着斜坡爬升时, 22 日 00—12 时降水明显, 非绝热加热加强并不断抬升(图 7)。因此, 位于对流层低层的低涡中心垂直涡度加强, 青藏

高原低涡在垂直方向上发展到达 500 hPa 以上, 与图 6、图 3c₁、c₂、d₁、d₂ 是一致的。这清楚地展示了位于非绝热加热最大中心下层的正 PV_e 制造加强了下层的涡旋, 而位于非绝热加热最大中心上层的负 PV_e 制造减弱了上层的涡旋。

4.3 非绝热加热的水平梯度的作用

值得指出的是, 图 7 中位涡的变化($\frac{dPV_e}{dt}$)与由非绝热加热的垂直梯度引起的位涡的变化($\eta_z \frac{\partial Q}{\partial z}$)存在明显的区别。这意味着在一定情形下其他因子, 如非绝热加热的水平梯度也对垂直涡度发展起着显著贡献。

图 8 和 9 给出了在青藏高原低涡发展的不同阶段非绝热加热的水平梯度对垂直涡度的贡献($\eta_s \cdot \nabla_s Q$, 图 8a₁—d₁, 图 9a₁—c₁), 非绝热加热 Q (图 8a₂—d₂, 图 9a₂—c₂) 的分布。根据式(9b), 引起垂直涡度发展的正 PV_e 制造, 例如($\frac{dPV_e}{dt}$)_s = $\eta_s \cdot \nabla_s Q$, 主要位于通过非绝热加热中心的水平风的垂直切变($\frac{\partial V_s}{\partial z}$)的右边。虽然由于非绝热加热的水平梯度引起的 PV_e 制造往往比由于非绝热加热的垂直梯度引起的 PV_e 制造小一个数量级, 但是, 有时候前者能达到后者一样的量级, 例如在 21 日 06 时青藏高原低涡东移出高原后(图 8c)和在 22 日 06 时当青藏高原低涡沿着四川盆地东北边缘的斜坡爬升时(图 9b)。从图 8 和 9 可以非常清楚地看出, 在大多数情形青藏高原低涡的移动, 朝着位于 400 hPa 的水平风的垂直切变($\frac{\partial V_s}{\partial z}$)的右边的由非绝热加热的水平梯度引起的正 PV_e 制造中心移动。21 日 12 时, 青藏高原低涡突然向南折行(图 8d)与由非绝热加热的水平梯度引起的正 PV_e 制造中心位于低涡的南边的现象密切相关。22 日 12 时(图 9c)青藏高原低涡已经爬上四川盆地东北边缘的斜坡并停滞减弱(图 2)的情形是一个例外。即便如此, 此时由非绝热加热的水平梯度引起的 PV_e 制造($\eta_s \cdot \nabla_s Q$)的最大值中心依然位于青藏高原低涡的东边, 从而致使低涡向着其最大值中心东移。青藏高原低涡的移动与由于非绝热加热的水平梯度引起的正 PV_e 。

制造的关系在400 hPa最明显,而在其他层次没有那么显著(图略)。这是因为 Q 的最大值位于 400 hPa

附近即大约 7 km 高度(图 7),其水平梯度作用最

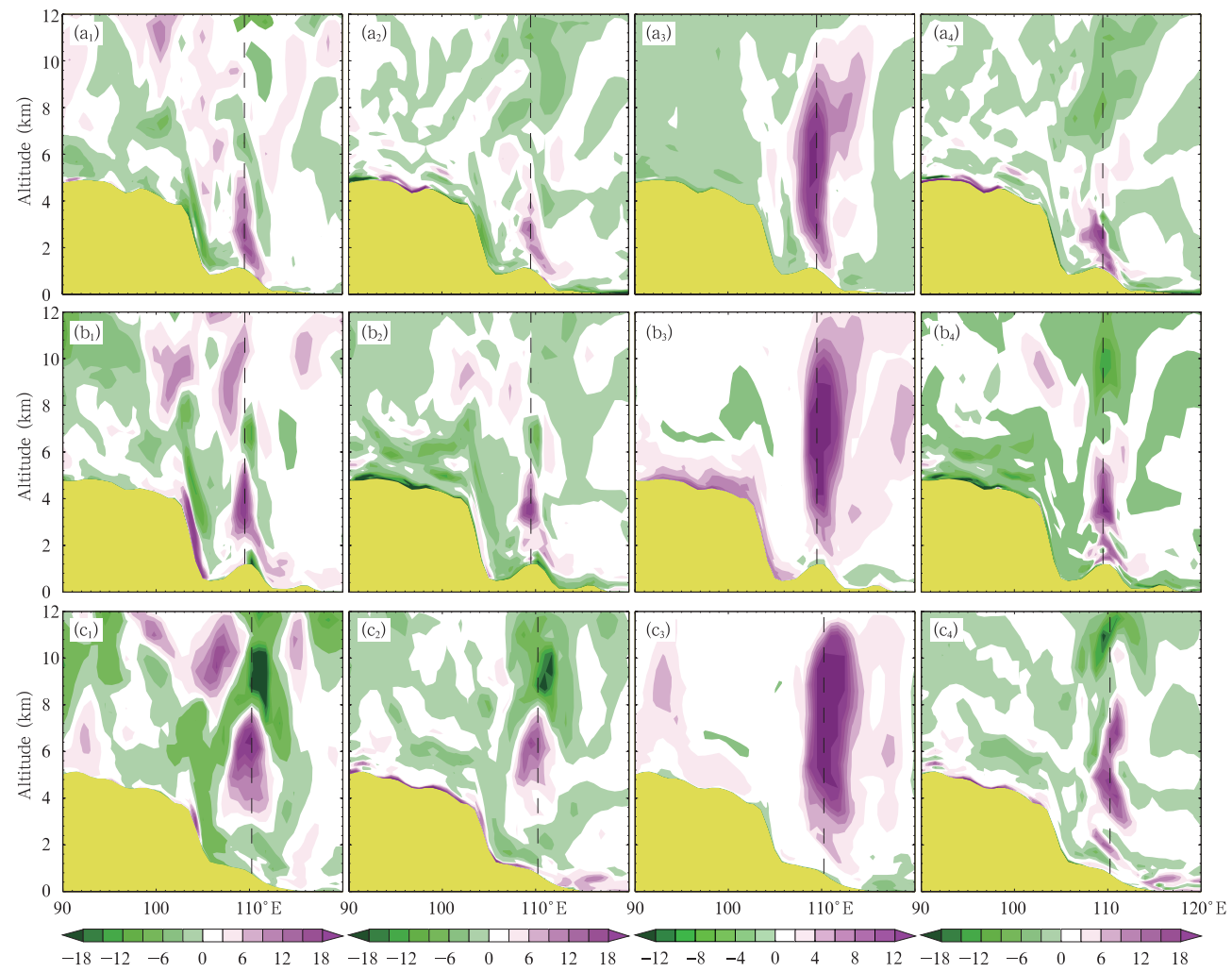


图 7 2008 年 7 月 22 日通过青藏高原低涡中心的纬向垂直剖面

(a. 00 时, b. 06 时, c. 12 时; 垂直虚线表示低涡中心位置; $a_1 - c_1$ 、 $a_2 - c_2$ 、 $a_3 - c_3$ 、 $a_4 - c_4$ 中的阴影分别是垂直涡度 η_z

变化($\frac{d\eta_z}{dt}$, 单位: $10^{-5} \text{ m}^3 / (\text{kg} \cdot \text{s} \cdot 6 \text{ h})$)、埃尔特尔位涡变化($\frac{dPV_e}{dt}$, 单位: $10^{-1} \text{ PVU} / 6 \text{ h}$)、非绝热加热 Q

(单位: $\text{K} / 6 \text{ h}$)、由于非绝热加热的垂直梯度引起的埃尔特尔位涡变化($\eta_z \frac{\partial Q}{\partial z}$; 单位: $10^{-1} \text{ PVU} / 6 \text{ h}$)

Fig. 7 Zonal vertical cross-sections across the center of the TPV at (a) 00:00, (b) 06:00, and (c) 12:00 UTC 22 July 2008. The vertical dashed line denotes the location of the center of TPV. The shadings in the first,

second, third, and fourth columns are, respectively, the Lagrangian change of vertical vorticity $\eta_z (\frac{d\eta_z}{dt}$;

$10^{-5} \text{ m}^3 / (\text{kg} \cdot \text{s} \cdot 6 \text{ h})$), the Lagrangian change of Ertel potential vorticity $PV_e (\frac{dPV_e}{dt}$; $10^{-1} \text{ PVU} (6 \text{ h})^{-1}$),

the diabatic heating Q ($\text{K} / (6 \text{ h})$), and the change of PV_e due to the vertical

gradient of diabatic heating ($\eta_z \frac{\partial Q}{\partial z}$; $10^{-1} \text{ PVU} (6 \text{ h})^{-1}$)

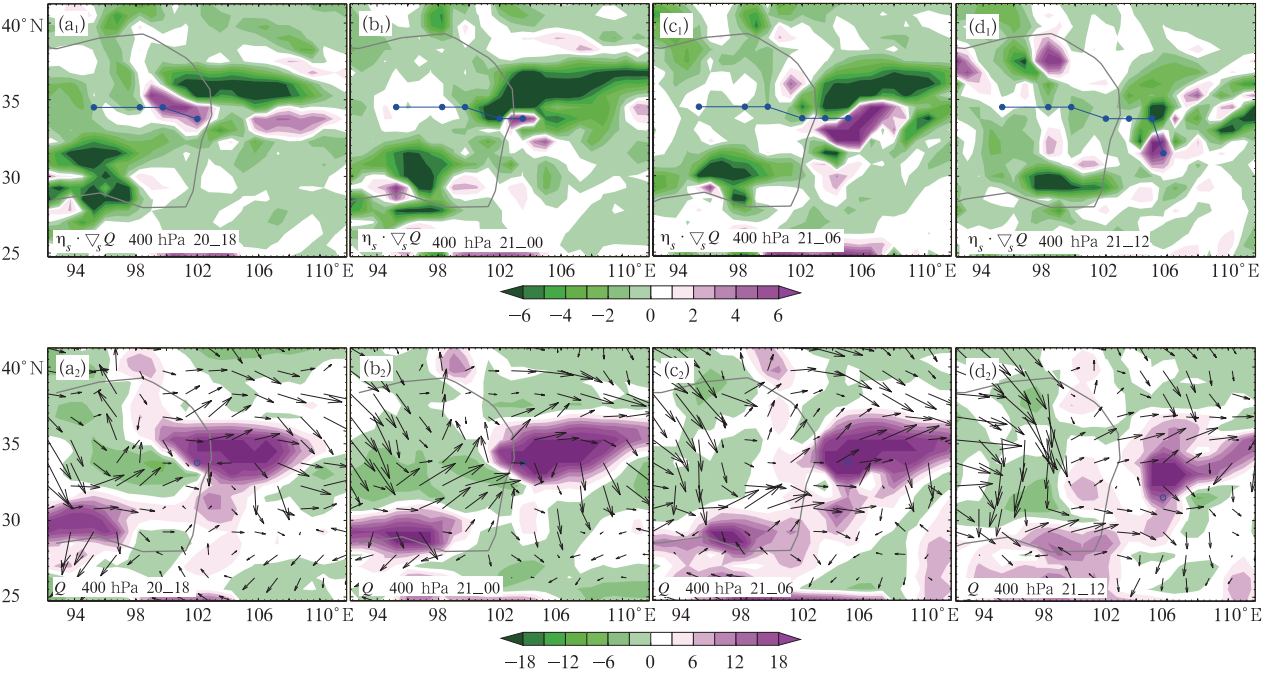


图 8 2008 年 7 月 20—21 日 400 hPa 非绝热加热 ($a_2—d_2$; 单位: $0.5 \text{ K}/(6 \text{ h})$) 的水平梯度引起的位涡变化 ($a_1—d_1$; 单位: $0.05 \text{ PVU}/(6 \text{ h})$) (a. 20 日 18 时, b. 21 日 00 时, c. 21 日 06 时, d. 21 日 12 时; 向量是水平风的垂直切变)
Fig. 8 The Lagrangian change of PV_e (a_1, b_1, c_1, d_1 ; $0.05 \text{ PVU}/(6 \text{ h})$) due to the horizontal gradient of diabatic heating (a_2, b_2, c_2, d_2 ; $0.5 \text{ K}/(6 \text{ h})$) at 400 hPa at (a) 18:00 UTC 20, (b) 00:00 UTC 21, (c) 06:00 UTC 21, and (d) 12:00 UTC 21 July 2008. The vector denotes vertical shear of horizontal wind

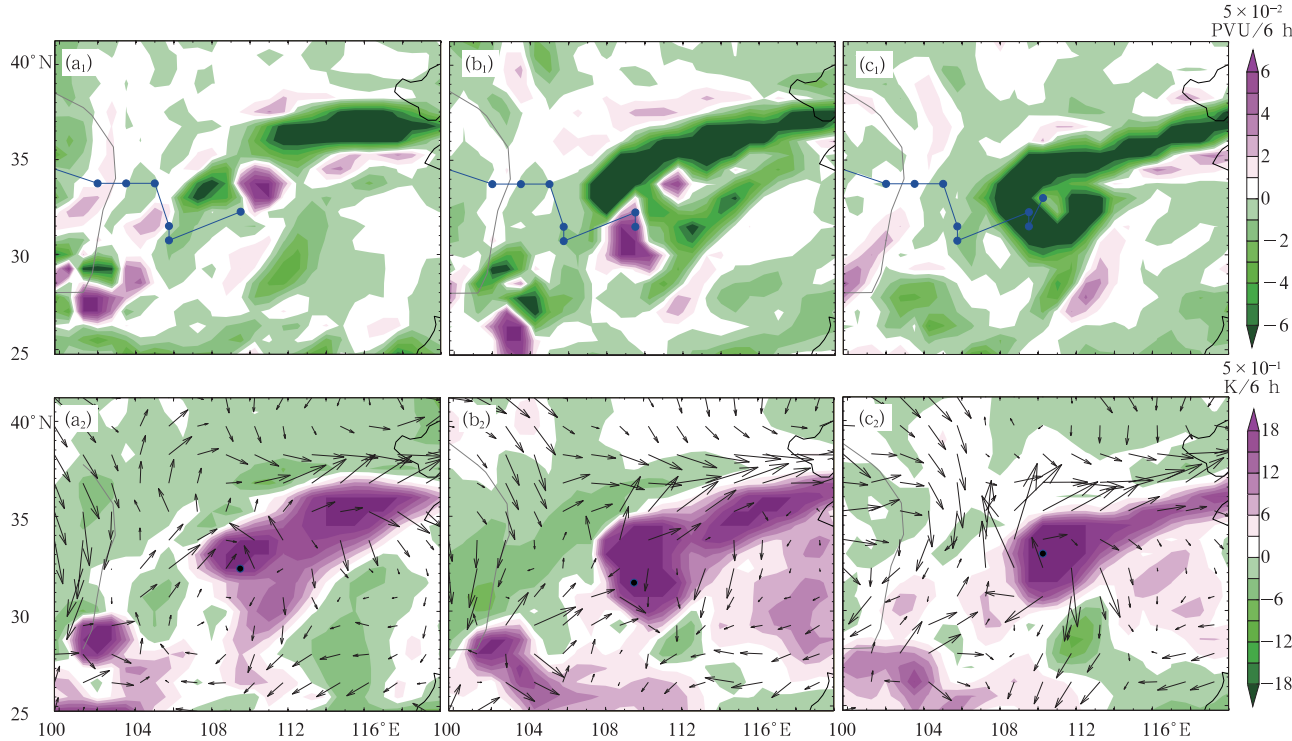


图 9 同图 8, 但为 2008 年 7 月 22 日 00 时 (a), 06 时 (b), 12 时 (c)
Fig. 9 As in Fig. 8, but at (a) 00:00, (b) 06:00, and (c) 12:00 UTC 22 July 2008

5 结论与讨论

基于从三维埃尔特位涡方程推导出的垂直涡

度的拉格朗日变化方程, 从 $PV-Q$ 观点研究涡旋的发展和移动, 并将理论结果应用于诊断 2008 年 7 月下旬的一次青藏高原低涡过程。

采用 ERA-Interim 再分析的模式面资料分析了位涡变化、位涡水平分量变化和静力稳定度变化对垂直涡度的相对贡献。结果表明,在静力稳定大气中由于非绝热加热引起的 PV_e 拉格朗日变化对垂直涡度发展起主导作用;位涡水平分量的拉格朗日变化对垂直涡度发展起正的但相对次要的贡献;而当稳定大气变得更稳定时静力稳定度的变化对垂直涡度起负作用,但是在环绕低涡中心附近,当静力稳定(不稳定)大气的静力稳定度减小(增大)时,垂直涡度(η_e)迅速发展即静力稳定度对垂直涡度起正作用。这表明强稳定和强不稳定大气都不利于涡旋发展,而接近中性层结大气比较有利于涡旋发展,也就是当静力稳定度趋于 0 时垂直涡度迅速发展。静力稳定度的变化对垂直涡度的影响与过山气流线性模式结果不同是由青藏高原大地形的非线性绕流作用和非绝热加热作用引起的。

进一步详细研究了非绝热加热在涡旋发展和移动中的作用。非绝热加热的垂直梯度在非绝热加热最大中心的下层有正的位涡制造从而加强了下层的涡旋,并且,在非绝热加热最大中心的上层有负的位涡制造从而减弱了上层的涡旋。诊断结果表明,在第 2 阶段青藏高原低涡重新加强并在垂直方向上延伸至 500 hPa 以上主要是因为非绝热加热的重新加强和抬升引起的。因为凝结潜热加热往往发生在涡旋的东边,非绝热加热的垂直非均匀性不仅加强涡旋东边的垂直涡度,而且,由于涡旋东西两边非对称的垂直涡度倾向使得涡旋东移。非绝热加热的水平梯度在水平风的垂直切变的右边有正 PV_e 制造并在水平风的垂直切变的左边有负 PV_e 制造。正 PV_e 制造不仅加强了水平风的垂直切变的右边的垂直涡度(η_e),而且使得涡旋向正的位涡制造地点移动。

需要指出的是,以上结论虽然是通过个例验证的,但是是可信的,因为其可以用垂直涡度的拉格朗日变化方程从位涡和非绝热加热(PV-Q)观点来解释。但是青藏高原低涡的水平移动与非绝热加热的水平梯度引起的正位涡制造的关系可能需要更多个例来验证。同时,本文没有涉及到青藏高原低涡的形成,而这是一个有意义并值得深入研究的议题。

参考文献

陈伯民, 钱正安, 张立盛. 1996. 夏季青藏高原低涡形成和发展的数值模拟. 大气科学, 20(4): 491-502
 陈忠明, 闵文彬, 徐茂良等. 2004. 大气运动非平衡强迫与“98. 7”暴雨云团的中尺度特征. 气象学报, 62(3): 375-383
 崔晓鹏, 吴国雄, 高守亭. 2002. 西大西洋锋面气旋过程的数值模

拟和等熵分析. 气象学报, 60(4): 385-399
 丁一汇. 1991. 高等天气学. 北京: 气象出版社, 585pp
 丁治英, 吕君宁. 1990. 青藏高原低涡东移的数值试验. 南京气象学院学报, 13(3): 426-433
 姜勇强, 陈中一, 周祖刚等. 2004. 倾斜涡度发展与 β 中尺度低涡. 解放军理工大学学报, 5(6): 81-87
 李国平. 2002. 青藏高原动力气象学. 北京: 气象出版社, 271pp
 刘富明, 狄梅娟. 1986. 东移的青藏高原低涡的研究. 高原气象, 5(2): 125-134
 马雷鸣, 秦曾灏, 端义宏等. 2002. 大气斜压性与入海江淮气旋发展的个例研究. 海洋学报, 24(S1): 95-104
 乔全明. 1987. 夏季 500 hPa 移出高原低涡的背景场分析. 高原气象, 6(1): 45-55
 乔全明, 张雅高. 1994. 青藏高原天气学. 北京: 气象出版社
 青藏高原低值系统协作组. 1987. 盛夏青藏高原低涡发生发展的初步研究. 中国科学, (3): 341-350
 孙国武, 陈保德. 1988. 初夏青藏高原低涡发展东移的动力过程. 中国气象科学研究院院刊, 3(1): 56-63
 陶诗言. 1980. 中国之暴雨. 北京: 科学出版社, 226pp
 王瀛, 王元, 张立祥等. 2007. 减弱热带气旋附近的倾斜涡度发展. 热带气象学报, 23(1): 47-52
 吴国雄, 刘屹岷. 2000. 热力适应、过流、频散和副高 I. 热力适应和过流. 大气科学, 24(4): 433-446
 叶笃正, 高由禧. 1979. 青藏高原气象学. 北京: 科学出版社, 316pp
 章基嘉, 朱抱真, 朱福康. 1988. 青藏高原气象学进展. 北京: 科学出版社, 432pp
 Dee D P, Uppala S M, Simmons A J, et al. 2011. The ERA-Interim reanalysis: Configuration and performance of the data assimilation system. Quart J Roy Meteor Soc, 137(656): 553-597
 Ding Y. 1993. Monsoons Over China. Berlin: Springer
 Ertel H. 1942. Ein neuer hydrodynamische wirbelsatz. Meteor Z Braunsch, 59: 33-49
 Hoskins B J, McIntyre M E, Robertson A W. 1985. On the use and significance of isentropic potential vorticity maps. Quart J Roy Meteor Soc, 111(470): 877-946
 Hoskins B J. 1991. Towards a PV-view of the general circulation. Tellus, 43(4): 27-35
 Huffman G J, Bolvin D T, Nelkin E J, et al. Wolff. 2007. The TRMM multi-satellite precipitation analysis: Quasi-global, multi-year, combined-sensor precipitation estimates at fine scales. J Hydrometeor, 8(1): 38-55
 McGregor J L. 1993. Economical determination of the departure points for the Semi-Lagrangian models. Mon Wea Rev, 121(1): 221-230
 Shen R, Reiter E R, Bresch J F. 1986. Numerical simulation of the development of vortices over the Qinghai-Xizang (Tibet) Plateau. Meteor Atmos Phys, 35(1-2): 70-95
 Tao S Y, Ding Y H. 1981. Observational evidence of the influence of the Qinghai-Xizang (Tibet) Plateau on the occurrence of heavy rain and severe convective storms in China. Bull Amer Meteor Soc, 62(1): 23-30
 Wu G X, Liu H Z. 1997. Vertical vorticity development owing to down-sliding at slantwise isentropic surface. Dyn Atmos Oce, 27(1-4): 715-743