

# 时-空二维波传播分解方法及其在季节内振荡分析中的应用<sup>\*1</sup>

王 伟<sup>1,2,3</sup> 李建平<sup>2</sup> 丁瑞强<sup>2</sup>  
WANG Wei<sup>1,2,3</sup> LI Jianping<sup>2</sup> DING Ruiqiang<sup>2</sup>

1. 兰州大学大气科学学院,兰州,730000

2. 中国科学院大气物理研究所大气科学和地球流体力学数值模拟国家重点实验室,北京,100029

3. 成都信息工程学院大气科学学院,成都,610225

1. *College of Atmospheric Sciences, Lanzhou University, Lanzhou 730000, China*

2. *LASG, Institute of Atmospheric Physics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100029, China*

3. *College of Atmospheric Sciences, Chengdu University of Information Technology, Chengdu 610225, China*

2010-01-10 收稿,2010-07-16 改回.

**Wang Wei, Li Jianping, Ding Ruiqiang. 2011. The space-time wave propagating decomposition and its application to analysis of intraseasonal oscillation. *Acta Meteorologica Sinica*, 69(4):555-569**

**Abstract** One of the most prominent features of the intraseasonal oscillation (ISO) is its complicated propagation. To investigate the characteristics of the ISO propagation and the influences of different propagating components of the ISO, we here propose a further developed space-time spectral analysis method, the space-time wave propagating decomposition (STWPD) based on the wave theory. The analyses using both ideal functions and reanalysis data confirm the validity and practicability of the STWPD. The result shows that any space-time series can be decomposed into three components with different propagating directions: the progressive, retrogressive and standing waves, respectively. It is shown from the combined empirical orthogonal function (CEOF) analyses of the eastward, westward and standing components of the outgoing longwave radiation (OLR) and the zonal winds at 850 hPa and 200 hPa that: (1) the eastward component of the ISO exhibits the eastward propagation of the zonal wave number 1 and, the zonal winds at the upper and lower troposphere have a baroclinic structure and are out of phase; (2) the westward component of the ISO displays the westward propagation of the wave numbers 2-3; and (3) the standing component shows a feature of antiphase in the Indian Ocean to the Pacific Ocean. The analyses of the different components of the tropical ISO in this study may deepen our understanding of the ISO propagation and have significant meanings for constructing the physical model of the ISO and predicting it. Different from the previous methods, the STWPD provides us with a new tool and visual angle to investigate the ISO by analyzing its different propagation components.

**Key words** Space-time wave propagating decomposition (STWPD), Intraseasonal oscillation (ISO), Combined empirical orthogonal function (CEOF)

**摘 要** 大气季节内振荡最显著的特征之一就是其复杂多变的传播特征。为了进一步分析大气季节内振荡的传播特征及其不同传播方向分量的不同作用,基于波的传播理论,对时-空谱分析进行了发展,提出了时-空二维波传播分解方法,并用理想函数验证了其正确性和可行性。结果表明:对任一-时-空二维序列,采用此方法均可正确地分解得到空间上具有不同传播方向的3部分分量:前进波、后退波和驻波分量。之后,对向外长波辐射(OLR)、200和850 hPa 纬向风的东传、西传分量以及驻波分量分别进行联合经验正交函数(CEOF)分析。结果表明,在东传分量上,热带大气季节内振荡主要表现为纬向1波的向东

\* 资助课题:国家973计划项目(2010CB950400)、公益性行业(气象)科研专项(GYHY200706005)和国家自然科学基金(41030961)。  
作者简介:王伟,主要从事大气季节内振荡研究。E-mail: wangwei2005@mail.iap.ac.cn  
通讯作者:李建平。E-mail: ljp@lasg.iap.ac.cn

传播,与对流层高、低层纬向风呈现反位相的斜压结构,和未分解的情况相比,前两个主要模态重要性的排序出现了颠倒,说明通过时-空二维波传播分解,避开了各分量之间的相互影响,进一步揭示了前两个模态的物理意义及其在季节内振荡中的重要性;在西传分量上,热带大气季节内振荡主要表现为纬向2—3波的向西传播;驻波分量主要表现出印度洋和太平洋的反位相结构。对热带地区大气季节内振荡的东、西分量的分析,深化了对热带大气季节内振荡东传、西传特征的了解,这对于热带大气季节内振荡更加准确预报及其物理模型的建立有着重要的意义。时-空二维波传播分解方法改变了原有分析方法仅对各变量进行整体分析的思路,为进一步了解大气季节内振荡现象提供了一个新的视角和工具。

**关键词** 时-空二维波传播分解, 大气季节内振荡, 联合经验正交函数分析

**中图法分类号** P462.4

## 1 引言

时-空谱分析是一种可用于诊断研究大气运动中时间尺度和空间尺度之间所存在的可能联系的方法。黄嘉佑等(1984)对时-空谱分析进行了系统的介绍。之后,Storch等(1999)也对时-空谱分析方法进行了回顾。时-空谱分析最初的概念是由 Deland (1964)提出的,将行星波的空间傅立叶系数作为时间变数进行正交谱分析,用来表示移动波功率谱,并以正交谱的符号表示移动波的东西方向。Kao (1968)对此方法从理论上做了论证。之后不少科学家在这方面做了工作,其中最为突出的是 Hayashi,从1971年开始做了大量的工作,有力地推动了时-空谱分析方法的逐步完善和发展(Hayashi, 1971a, 1971b, 1973, 1977, 1979, 1982)。Pratt(1976)对时-空谱分析所得到的各量进行了解释,建议采用单边时-空谱定义,从而更好地确定驻波及移动波的作用。Hayashi等(1993)将时-空谱分析方法用于研究热带大气季节内振荡(Madden-Julian Oscillation, MJO)。此后,时-空谱分析方法被众多气象学家广泛地应用于气象研究中。

大气季节内振荡(ISO)是大气环流的重要组成部分之一,其活动对热带地区和副热带地区的天气气候都有着重要的影响。由于季节内振荡的时间尺度介于月、季之间,与长期天气预报和短期气候预测有着密切联系,一直是大气科学前沿研究课题之一。自20世纪70年代初Madden等(1971, 1972)发现大气季节内振荡以来,中外气象学家已经对其结构、活动规律以及其对天气气候的影响进行了一系列的研究(Murakami, et al, 1984, 1986; Lau, et al, 1985, 1986; Zhu, et al, 2003; 祝从文等, 2004; 董敏等, 2004; 何金海等, 2006; 刘芸芸等, 2006; Zhan, et al, 2006; 占瑞芬等, 2008)。

大气季节内振荡最为显著的特征之一就是其复

杂多变的传播特征。已有的研究指出,大气季节内振荡的传播主要分为纬向和经向传播。在纬向上热带地区大气季节内振荡多表现为向东传播的特征(Madden, et al, 1994; Zhang, 2005; 李崇银, 1993),但有时东传现象并不明显,甚至出现西传现象,而在赤道地区以外的副热带大气中,大气季节内振荡则以西传为主(李崇银, 1993; Huang, 1994; 李崇银等, 1990, 2003),有时也会出现东传现象;经向上的传播则表现为 $30^{\circ}\text{N}$ 以南地区从赤道向北传播,而 $30^{\circ}\text{N}$ 以北地区从中高纬度向南传播(Yasunari, 1980; Chen, et al, 1988; Rui, et al, 1990)。

不同于ENSO或热带台风的变化,大气季节内振荡的变化非常复杂。由于大气季节内振荡本身传播特征的复杂性,其定量化研究更具有挑战性。通常采用的方法(如:纬度-时间剖面图,扩展经验正交函数分析、联合经验正交函数分析等)在描述波的传播特征方面存在着很大的困难。为了进一步了解大气季节内振荡的传播特征及其不同传播方向分量对天气气候现象的影响,本文基于波的传播理论,对时-空谱分析进行了发展,提出了时-空二维波传播分解方法。时-空谱分析方法仅能用于诊断研究大气运动中时间尺度和空间尺度之间存在的可能联系,而不能分析各分量的空间结构特征以及传播特征。采用时-空二维波传播分解方法,按照波传播方向的不同,将时-空二维变量进行分解,得到前进波、后退波、驻波3部分分量,突破了原有分析方法仅对各变量进行整体分析的局限性,可以从一个新的角度来进一步研究大气季节内振荡现象。

## 2 资料

本文所用的资料主要包括:美国NOAA提供的由极轨卫星观测数据插值得到的逐日向外长波辐射(OLR)资料(Liebmann, et al, 1996); NCEP/

NCAR 的再分析资料,主要选用了 200 和 850 hPa 逐日的纬向风。

OLR 资料和 NCEP/NCAR 再分析资料均为 1979 年 1 月 1 日—2006 年 12 月 31 日,空间分辨率为  $2.5^\circ \times 2.5^\circ$ ,为了方便处理,闰年 2 月 29 日均已略去,即每年取 365 d。

### 3 时-空二维波传播分解方法

#### 3.1 基本思路

大气环流是多种空间尺度和多种时间尺度的综合运动,而某一空间尺度的运动又往往与某一特定的时间尺度相联系,从而表征大气运动中某一特定的物理过程。大尺度天气系统的运动基本上是平行于地面的,这样时-空谱分析就是将一维空间、一维时间同时考虑的分析方法(黄嘉佑等,1984)。本文在这一基础上,同时考虑时间和空间二维,将原始变量进行分解,从而得到空间上具有不同传播方向的 3 部分分量。

对于任一实数的时-空序列  $F(\lambda, t)$ ,其中  $\lambda$  为空间,  $t$  为时间,均可以看作是由多个具有不同时-空特征的波叠加混合而成的,而这些单个的波又很容易用三角函数来描述。在此基础上,根据各个波的空间传播特征,将其归为 3 类,即向前传播、向后传播及空间没有传播特征的波,这样就将原始的时-空二维序列,分解为前进波、后退波及驻波 3 部分分量。

基于上述考虑,参考时-空谱分析的 Hayashi 方法(Hayashi, 1971a, 1971b, 1973; 黄嘉佑等, 1984),首先用正弦函数和余弦函数集表示时-空二维序列,

$$\begin{cases} P_{k, \pm\omega}(F) = \frac{1}{4} \left[ \frac{1}{2} (a_{kl}^2 + b_{kl}^2) + \frac{1}{2} (c_{kl}^2 + d_{kl}^2) \pm (a_{kl}d_{kl} - b_{kl}c_{kl}) \right] \\ P_{k, \omega=0}(F) = \sqrt{\frac{1}{4} \left[ \frac{1}{2} (a_{kl}^2 + b_{kl}^2) - \frac{1}{2} (c_{kl}^2 + d_{kl}^2) \right]^2 + \left[ \frac{1}{2} (a_{kl}c_{kl} - b_{kl}d_{kl}) \right]^2} \end{cases} \quad (8)$$

时-空谱中纯移动波谱的计算表达式为

$$P_{M_{k, \pm\omega}}(F) = P_{k, \pm\omega}(F) - \frac{1}{2} P_{k, \omega=0}(F) \quad (9)$$

本文在上述 Hayashi 方法的推导基础上进行了发展,基于这 4 个傅立叶展开系数( $a_{kl}$ 、 $b_{kl}$ 、 $c_{kl}$ 、 $d_{kl}$ ),按照波的传播方向的不同,将同一方向传播的波进行了合成,从而得到前进波、后退波及驻波 3 部分分

量。即,通过分解可以将时-空二维序列  $F(\lambda, t)$  分解为 3 部分

$$\begin{aligned} F(\lambda, t) &= \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{\omega=0}^{\infty} [C_{k, +\omega} \cos(k\lambda - \omega t - \varphi_{k, +\omega}) + C_{k, -\omega} \cos(k\lambda + \omega t + \varphi_{k, -\omega})] \\ &= \sum_{k=0}^{\infty} [A_k(t) \cos(k\lambda) + B_k(t) \sin(k\lambda)] \quad (1) \end{aligned}$$

其中,  $\omega = \frac{2\pi l}{T}$  为圆频率,  $T$  为该序列的时间长度,  $l$  为时间波数;  $k$  为空间波数,  $\lambda$  为经度/纬度,  $t$  为时间变量。  $A_k(t)$ 、 $B_k(t)$  为该时-空二维序列空间展开的傅立叶系数(如果是在整个纬圈上进行计算,亦称为纬向谐波系数)。  $\pm\omega$  分别代表前进波和后退波,  $C_{k, +\omega}$  和  $C_{k, -\omega}$  为前进波和后退波的振幅,  $\varphi_{k, +\omega}$  和  $\varphi_{k, -\omega}$  为前进波和后退波的初位相。

将空间傅立叶展开系数的时间序列  $A_k(t)$ 、 $B_k(t)$  分别在时间上进行傅立叶展开

$$A_k(t) = \sum_{l=0}^{\infty} (a_{kl} \cos(\omega t) + b_{kl} \sin(\omega t)) \quad (2)$$

$$B_k(t) = \sum_{l=0}^{\infty} (c_{kl} \cos(\omega t) + d_{kl} \sin(\omega t)) \quad (3)$$

其中,

$$a_{kl} = C_{k, +\omega} \cos \varphi_{k, +\omega} + C_{k, -\omega} \cos \varphi_{k, -\omega} \quad (4)$$

$$b_{kl} = -C_{k, +\omega} \sin \varphi_{k, +\omega} - C_{k, -\omega} \sin \varphi_{k, -\omega} \quad (5)$$

$$c_{kl} = C_{k, +\omega} \sin \varphi_{k, +\omega} - C_{k, -\omega} \sin \varphi_{k, -\omega} \quad (6)$$

$$d_{kl} = C_{k, +\omega} \cos \varphi_{k, +\omega} - C_{k, -\omega} \cos \varphi_{k, -\omega} \quad (7)$$

上述  $a_{kl}$ 、 $b_{kl}$ 、 $c_{kl}$ 、 $d_{kl}$  分别为空间傅立叶展开系数的时间序列  $A_k(t)$ 、 $B_k(t)$  进一步傅立叶展开的系数。时-空谱分析中的时-空功率谱,即是采用  $a_{kl}$ 、 $b_{kl}$ 、 $c_{kl}$ 、 $d_{kl}$  4 个傅立叶展开系数计算得到的。前进波、后退波以及驻波的时-空功率谱计算公式(黄嘉佑等, 1984)为

量。即,通过分解可以将时-空二维序列  $F(\lambda, t)$  分解为 3 部分

$$F(\lambda, t) = F_0(\lambda, t) + F_+(\lambda, t) + F_-(\lambda, t) \quad (10)$$

其中,  $F_0(\lambda, t)$ 、 $F_+(\lambda, t)$ 、 $F_-(\lambda, t)$  分别为驻波、前进波及为后退波分量。前进波与后退波分量的传播方向相反。

上述 3 部分分量的表达式分别为

$$F_0(\lambda, t) = \sum_{k=0}^{\infty} [C_{k,0} \cos(k\lambda - \varphi_{k,0}) + C_{k,0} \cos(k\lambda + \varphi_{k,0})] \quad (11)$$

$$\begin{aligned} F_+(\lambda, t) &= \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{\omega=1}^{\infty} C_{k,+\omega} \cos(k\lambda - \omega t - \varphi_{k,+\omega}) \\ &= \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{\omega=1}^{\infty} [C_{k,+\omega} \cos\varphi_{k,+\omega} \cos(k\lambda - \omega t) + C_{k,+\omega} \sin\varphi_{k,+\omega} \sin(k\lambda - \omega t)] \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} F_-(\lambda, t) &= \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{\omega=1}^{\infty} C_{k,-\omega} \cos(k\lambda + \omega t - \varphi_{k,-\omega}) \\ &= \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{\omega=1}^{\infty} [C_{k,-\omega} \cos\varphi_{k,-\omega} \cos(k\lambda + \omega t) - C_{k,-\omega} \sin\varphi_{k,-\omega} \sin(k\lambda + \omega t)] \end{aligned} \quad (13)$$

以上3个表达式中各三角函数的系数均可通过4个傅立叶展开系数  $a_{kl}$ 、 $b_{kl}$ 、 $c_{kl}$ 、 $d_{kl}$  计算得到。

### 3.2 计算步骤

基于3.1节的基本思路,在实际计算中,对于已知的时-空序列  $F(\lambda, t)$ ,时-空二维波传播分解方法的完成需经过以下4步

(1)在每个时刻计算时-空序列  $F(\lambda, t)$ 空间展开的2个傅立叶系数  $A_k(t)$ 和  $B_k(t)$ (如果是在整个纬圈上进行计算,则这2个系数也常被称为纬向谐波系数)。

(2)在每个空间波数  $k$ 上,分别对第一步得到的2个傅立叶系数  $A_{k(t)}$ 和  $B_{k(t)}$ 在时间上进行傅立叶展开,从而得到4个傅立叶系数( $a_{kl}$ 、 $b_{kl}$ 、 $c_{kl}$ 、 $d_{kl}$ )。

(3)计算合成新序列时所需要用到的参数,其中主要是对  $a_{kl}$ 、 $b_{kl}$ 、 $c_{kl}$ 、 $d_{kl}$ 的计算,因为需要的参数都是由这4个系数计算得到的。其中主要用到的表达式为

$$C_{k,+\omega} \cos\varphi_{k,+\omega} = \frac{1}{2}(a_{kl} + d_{kl}) \quad (14)$$

$$C_{k,+\omega} \sin\varphi_{k,+\omega} = \frac{1}{2}(-b_{kl} + c_{kl}) \quad (15)$$

$$C_{k,-\omega} \cos\varphi_{k,-\omega} = \frac{1}{2}(a_{kl} - d_{kl}) \quad (16)$$

$$C_{k,-\omega} \sin\varphi_{k,-\omega} = -\frac{1}{2}(b_{kl} + c_{kl}) \quad (17)$$

(4)计算时-空序列  $F(\lambda, t)$ ,经过时-空二维波传播分解方法分解得到3部分新的时-空序列,即: $F_0(\lambda, t)$ 驻波分量, $F_+(\lambda, t)$ 前进波分量, $F_-(\lambda, t)$ 后退波分量。

## 4 方法验证

为了验证本文提出方法的正确性和可行性,需要对其进行检验。通过利用已知的理想函数,构造

新的时-空序列,此序列是由具有不同传播方向的理想函数合成的。之后,对构造的新时-空序列进行时-空二维波传播分解,将得到的分量与构造前的理想函数进行比较,通过前后是否一致,来验证时-空二维波传播分解方法的可行性和有效性。

### 4.1 理想函数验证

首先,选择具有相同传播方向的2个理想函数,构造时-空序列  $f(x, t)$

$$\begin{aligned} f(x, t) &= \cos((x-1)\delta x + \omega t) + \\ &\quad \cos(2(x-1)\delta x + 2\omega t) \end{aligned} \quad (18)$$

图1给出了上述理想时-空序列  $f(x, t)$ 的时-空分布情况。时-空序列  $f(x, t)$ 的表达式说明,该时-空序列只具有单向传播特征(随着时间向西传播),而随着时间向东传播的分量和驻波分量均为零。

对上述理想函数构造的只具有单向传播特征的

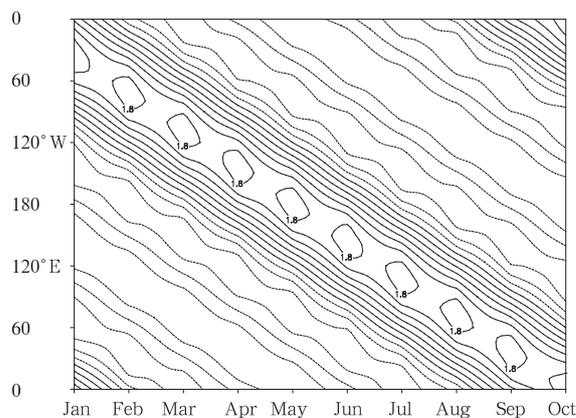


图1 理想函数构造的具有单向传播特征的时-空序列  $f(x, t)$ 的时-空分布

Fig. 1 Time-space cross section of the unidirectionally propagating time-space series/function  $f(x, t)$ , which is constructed by the ideal function

时-空序列  $f(x,t)$ , 进行时-空二维波传播分解, 得到 3 部分分量。可以看出, 分解得到的驻波分量和随时间向东传播的分量均为零。图 2 给出了时-空二

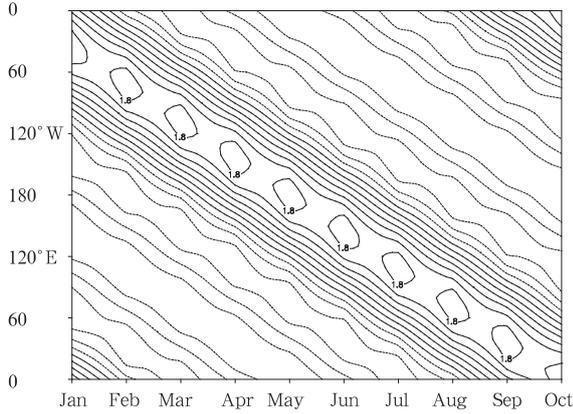


图 2 理想函数构造的单向传播的时-空序列  $f(x,t)$  经过时-空二维波传播分解后得到的随时间向西传播的分量的时-空分布  
Fig. 2 Time-space cross section of the westward-propagating component derived via the Space-Time Wave Propagating Decomposition (STWPD) of the unidirectionally propagating time-space series  $f(x,t)$ , which is constructed by the ideal function

维波传播分解所得到的随时间向西传播的分量的时-空分布。

图 1 和 2 对照可以看到二者是完全一致的。这说明对于具有单向传播特征的理想函数, 时-空二维波传播分解方法对其可以正确地进行分解, 得到的结果和理想函数的情况是一致的。

其次, 选择具有不同传播方向的几个理想函数, 构造时-空序列  $F_1(x,t)$

$$F_1(x,t) = f_1(x,t) + f_2(x,t) \quad (19)$$

其中,

$$f_1(x,t) = \cos((x-1)\delta x + \omega t) + \cos(2(x-1)\delta x + 2\omega t) \quad (20)$$

$$f_2(x,t) = \cos((x-1)\delta x - \omega t) + \cos(2(x-1)\delta x - 2\omega t) \quad (21)$$

时-空序列  $F_1(x,t)$  的表达式说明: 该时-空序列具有双向传播特征(随时间向西传播和随时间向东传播), 而驻波分量为零。

图 3 给出了上述理想时-空序列  $F_1(x,t)$  的时-空分布情况, 以及合成  $F_1(x,t)$  的随时间向东和向西传播的两个分量  $f_1(x,t)$  和  $f_2(x,t)$  的时-空分布情况。

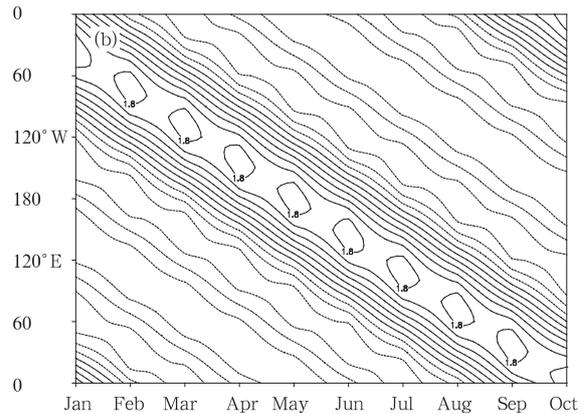
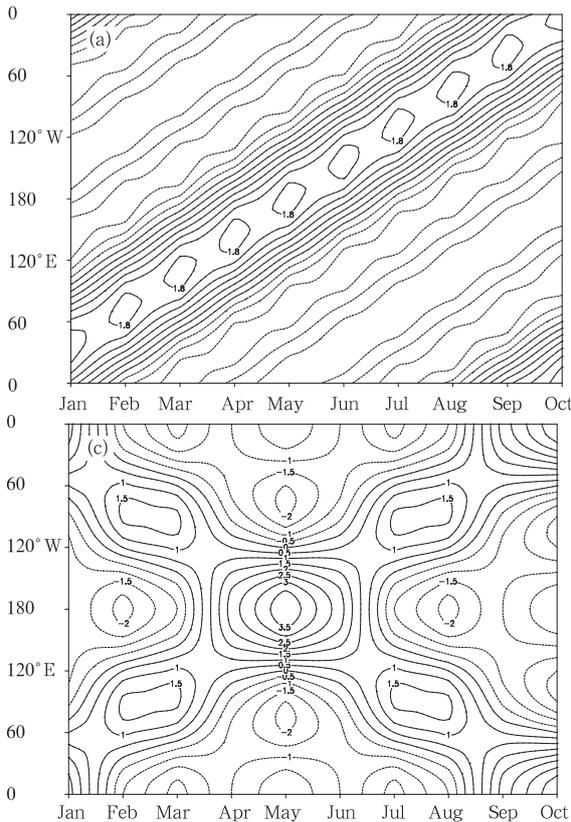


图 3 理想函数构造的具有双向传播特征的时-空序列  $F_1(x,t)$  的时-空分布, 以及合成  $F_1(x,t)$  的两部分具有不同传播方向的分量  $f_1(x,t)$  和  $f_2(x,t)$  的时-空分布 (a. 向东传播的分量  $f_2(x,t)$ , b. 向西传播的分量  $f_1(x,t)$ , c. 时-空序列  $F_1(x,t)$ )

Fig. 3 As in Fig. 1 but for the bidirectionally propagating time-space series  $F_1(x,t)$ . (a) the eastward propagating component  $f_2(x,t)$ , (b) the westward propagating component  $f_1(x,t)$  and (c)  $F_1(x,t)$

对上述理想函数构造的具有双向传播特征的时-空序列  $F_1(x, t)$ , 进行时-空二维波传播分解, 得到 3 部分分量。可以看出, 分解得到的驻波分量为

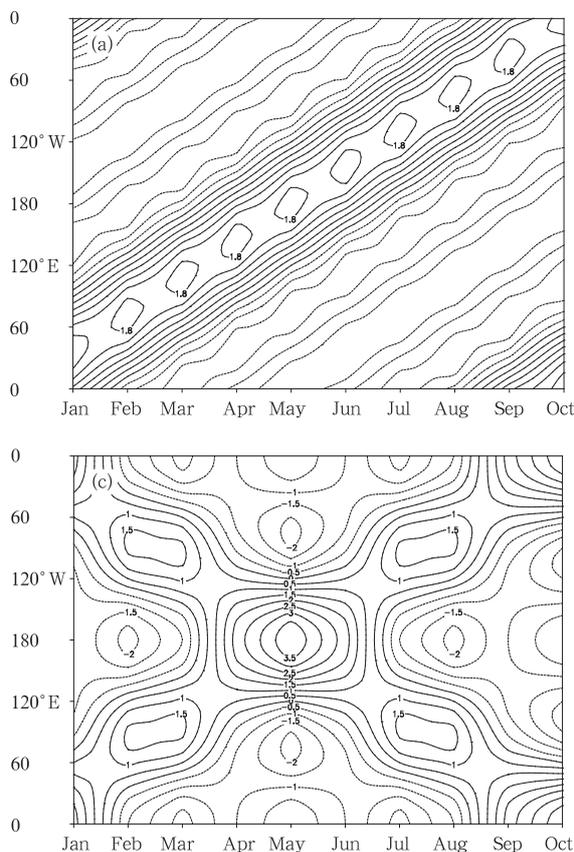


图 3 和 4 对照可以看到东传和西传分量以及由二者合成的时-空序列, 在时-空二维波传播分解前后是完全一致的。这说明对于具有双向传播特征的理想函数构造的时-空序列  $F_1(x, t)$ , 时-空二维波传播分解方法对其可以正确的进行分解, 分解得到的结果和分解前各部分理想函数的时-空分布情况是一致的。

最后, 选择具有不同传播方向的几个理想函数以及随时间没有传播特征的理想函数, 构造时-空序列  $F_2(x, t)$

$$F_2(x, t) = f_1(x, t) + f_2(x, t) + f_3(x, t) \quad (22)$$

其中,

$$f_1(x, t) = \cos((x-1)\delta x + \omega t) + \cos(2(x-1)\delta x + 2\omega t) \quad (23)$$

$$f_2(x, t) = \cos(2(x-1)\delta x - 2\omega t) + \cos(2(x-1)\delta x - \omega t) \quad (24)$$

零。图 4 给出了时-空二维波传播分解所得到的各分量的时-空分布情况和由各分量合成的时-空序列的时-空分布情况。

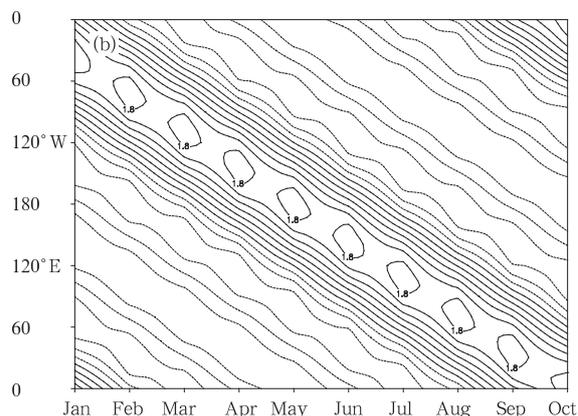


图 4 理想函数构造的具有双向传播特征的时-空序列  $F_1(x, t)$  经过时-空二维波传播分解后得到的东传分量、西传分量以及由东传分量和西传分量合成的时-空序列的时-空分布  
(a. 向东传播的分量, b. 向西传播的分量, c. 由东传分量和西传分量合成的时-空序列)

Fig. 4 As in Fig. 2 but for the time-space series  $F_1(x, t)$ . The eastward (a) and westward (b) propagating components derived through the Space-Time Wave Propagating Decomposition (STWPD); (c) the time-space series combined by (a) and (b)

$$f_3(x, t) = \cos((x-1)\delta x) \quad (25)$$

时-空序列  $F_2(x, t)$  的表达式说明, 该时-空序列具有双向传播特征(随时间向西传播和随时间向东传播), 同时驻波分量不为零, 而是随经度变化, 但随时间没有传播特征。

图 5 给出了上述理想时-空序列  $F_2(x, t)$  的时-空分布, 以及合成  $F_2(x, t)$  随时间向东传播和向西传播的 2 个分量  $f_1(x, t)$  和  $f_2(x, t)$  的时-空分布, 同时还给出了随时间没有传播特征的驻波分量  $f_3(x, t)$  的时-空分布。

对上述理想函数构造的具有双向传播特征以及随时间没有传播特征的时-空序列  $F_2(x, t)$ , 进行时-空二维波传播分解, 得到 3 部分分量。可以看出, 分解得到的驻波分量不为零。图 6 给出了时-空二维波传播分解所得到的各分量的时-空分布情况和由各分量合成的时-空序列的时-空分布。

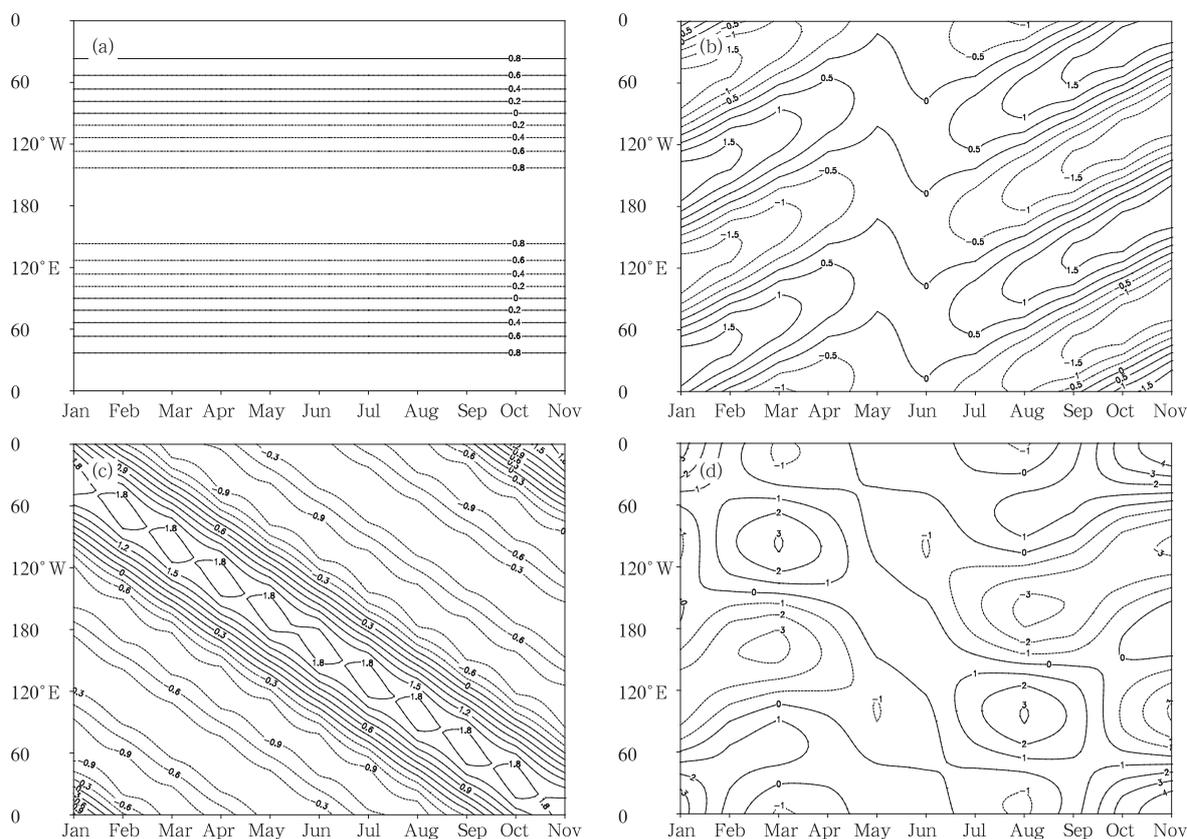


图5 理想函数构造的具有双向传播特征的时-空序列  $F_2(x,t)$  的时-空分布, 以及合成  $F_2(x,t)$  的3部分具有不同传播方向的分量  $f_1(x,t)$  和  $f_2(x,t)$  的时-空分布情况和随时间没有传播特征的驻波分量  $f_3(x,t)$  的时-空分布

(a. 驻波分量  $f_3(x,t)$ , b. 向东传播的分量  $f_2(x,t)$ , c. 向西传播的分量  $f_1(x,t)$ , d. 时-空序列  $F_2(x,t)$ )

Fig. 5 As in Fig. 1 but for the three directionally propagating time - space series  $F_2(x,t)$ .

(a) the stationary wave component  $f_3(x,t)$ ; (b) the eastward propagating component  $f_2(x,t)$ , (c) the westward propagating component  $f_1(x,t)$ , and (d)  $F_2(x,t)$

对照图5和6可以看到东传、西传和驻波分量以及由3者合成的时-空序列,在时-空二维波传播分解前后是完全一致的。这说明对于由具有双向传播特征的理想函数和随时间没有传播特征的理想函数构造的时-空序列  $F_2(x,t)$ ,时-空二维波传播分解方法对其可以正确进行分解,结果和分解前各部分理想函数的时-空分布情况是一致的。

在不同情况下,对由理想函数构造得到的时-空序列进行时-空二维波传播分解,分析可知,分解得到的分量的时-空分布情况和构造时-空序列的理想函数的时-空分布情况是一致的。这从理想函数的角度验证了时-空二维波传播分解方法的正确性和可行性。

#### 4.2 再分析资料验证

通过理想函数验证了时-空二维波传播分解方法的正确性和可行性后,本文进一步将其用于再分析资料。采用时-空二维波传播分解方法,主要分析了OLR资料和NCEP/NCAR提供的200和850 hPa纬向风再分析资料,其中气候态选用1979年1月1日—2006年12月31日28a的平均。

Wheeler和Hendon(WH04)采用联合经验正交函数分析方法,通过对OLR、850和200 hPa纬向风的分析提出了一个可用于追踪、预报热带大气季节内振荡活动情况的指数(Wheeler, et al, 2004)。本文以此为例,对OLR、850和200 hPa纬向风进行了分析,带通滤波的时长为30—60 d,选用Lanczos滤波器(Duchon, 1979)。

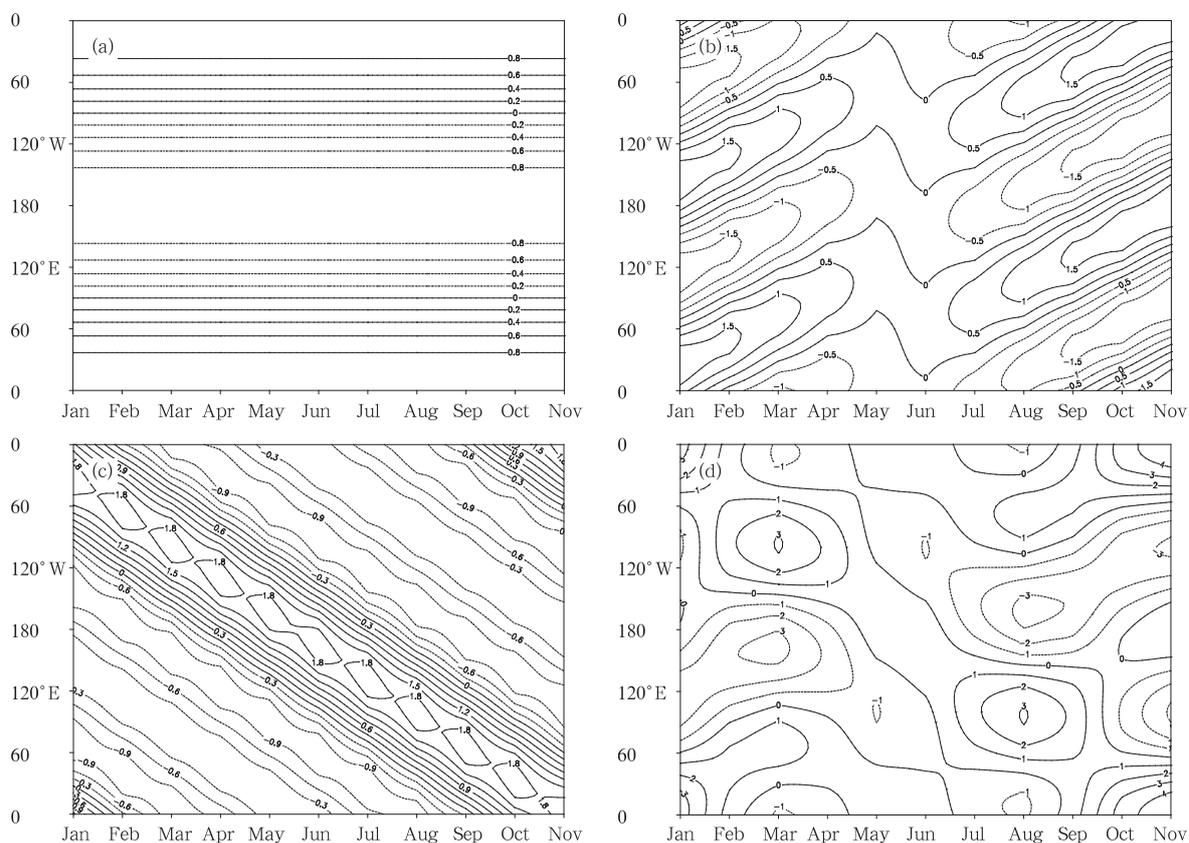


图6 理想函数构造的具有双向传播特征的时-空序列  $F_2(x, t)$  经过时-空二维波传播分解后得到的各分量的时-空分布, 以及由各分量再次合成得到的时-空序列

(a. 驻波分量, b. 向东传播的分量, c. 向西传播的分量, d. 由 a、b、c 再次合成得到的时-空序列)

Fig. 6 As in Fig. 2 but for the time-space series  $F_2(x, t)$ . (a) the stationary wave component;

(b) the eastward propagating component; (c) the westward propagating component;

(d) the space-time series combined by (a), (b) and (c)

图7给出了OLR、850和200 hPa纬向风经过CEOF分析得到的前2个模态的空间分布以及对应的时间系数的超前滞后相关情况。两个模态总的解释方差分别为26.17%和23.92%，可以与其他CEOF模态很好地分离开来(第3个模态总的解释方差为6.3%，各模态分离的判断标准见North等(1982))。2个模态中各变量独自的解释方差在图中均已标出。从物理意义而言，第1模态(CEOF1)描述的是非常熟悉的情况，即热带大气季节内振荡(ISO)在印-太交界处发生对流的加强活动(负的OLR异常)，此时，对流层低层(850 hPa)的西风异常自印度洋地区一直扩展到了印-太交界处，而对流层低层的东风异常则存在于整个太平洋地区，对流层高层(200 hPa)纬向风异常的空间分布情况和低层情况正好相反；第2模态(CEOF2)描述的情况则

是，热带大气季节内振荡的对流活动加强发生在太平洋地区(即，负的OLR异常出现在 $120^{\circ}\text{E}-180^{\circ}$ )，对流层高层(200 hPa)的东风异常出现在 $90^{\circ}\text{E}-180^{\circ}$ ， $90^{\circ}\text{E}$ 以西和 $180^{\circ}$ 以东为西风异常，而对流层低层(850 hPa)纬向风异常的空间分布和高层正好相反。在这2个主要模态中，对流层高层的东风异常和低层的西风异常均出现在深对流活动的近旁及其西侧。作为一对整体考虑，这2个主要模态的情况说明大气季节内振荡在热带地区表现为大尺度的运动特征。图7c给出了前2个模态所对应时间系数的超前滞后相关情况。可以看出前2个模态是密切相关的，当PC1超前(滞后)于PC2约10 d时，PC1和PC2的相关系数大于0.8。PC1和PC2的超前滞后关系以及2个主要模态的空间分布情况表明，热带大气季节内振荡的对流降水和纬向风以约

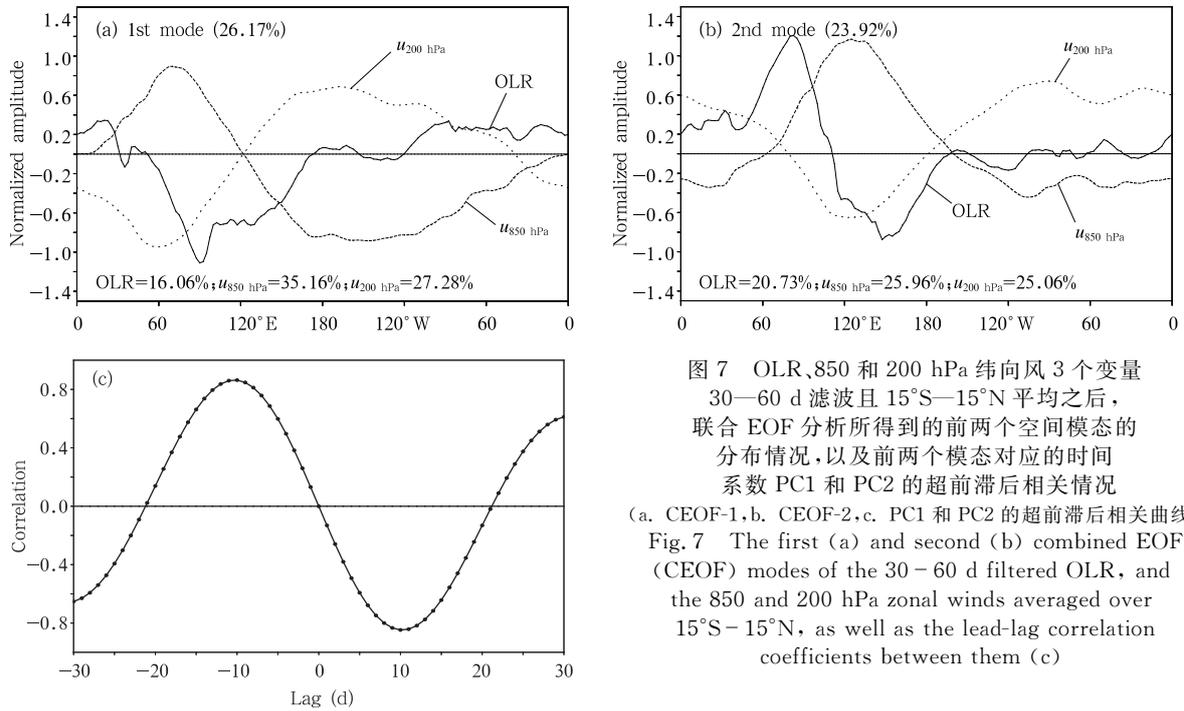


图7 OLR,850和200 hPa 纬向风3个变量30—60 d滤波且15°S—15°N平均之后,联合EOF分析所得到的前两个空间模式的分布情况,以及前两个模式对应的时间系数PC1和PC2的超前滞后相关情况  
 (a. CEOF-1, b. CEOF-2, c. PC1和PC2的超前滞后相关曲线)  
 Fig.7 The first (a) and second (b) combined EOF (CEOF) modes of the 30-60 d filtered OLR, and the 850 and 200 hPa zonal winds averaged over 15°S-15°N, as well as the lead-lag correlation coefficients between them (c)

40 d的周期沿赤道向东传播,且MJO的主要活跃范围在东半球(60°E—180°)。

采用时-空二维波传播分解方法,得到了OLR、850和200 hPa纬向风各自的东传、西传及驻波分量,并对各分量进行了30—60 d带通滤波处理。之后,对各分量分别进行了CEOF分析。

图8是东传和西传分量CEOF分析所得到的各自的前2个空间模式的分布以及对应的时间系数的超前滞后相关情况。

由东传分量CEOF分析所得到的空间模式可知:前2个模式的总的解释方差分别为32.26%和30.82%,前两个模式可以和其他的CEOF模式很好地分离开来(第3模式总的解释方差仅为5.72%)。从物理意义而言,第1模式(CEOF1)描述的是大气季节内振荡的深对流活动主要发生在太平洋地区(负的OLR异常出现在120°E—180°),对流层低层(850 hPa)的西风异常自90°E附近一直扩展到150°W,东风异常则出现在60°E以西和150°W以东,对流层高层(200 hPa)纬向风异常的空间分布和低层情况正好相反。这与图7b基本一致,不过东传分量第1模式的总的解释方差可达32.3%,远大于分解前第2模式的总的解释方差(23.95%);对照分析发现,东传分量CEOF分析得到的第2模式与图7a基本一致,不过东传分量CEOF2的总的解释

方差(30.82%),大于图7a的总的解释方差(26.17%)。从东传分量的前2个主要模式可以看出,热带大气季节内振荡的空间尺度主要表现为行星尺度的运动特征,即纬向上呈现为1波特征。图8c给出东传分量CEOF分析得到的前2个模式对应的时间系数的超前滞后相关情况,分析可知在东传分量的季节内振荡中,前2个模式是密切相关的,当PC1滞后(超前)PC2约10 d时,PC1和PC2的相关系数绝对值大于0.85。PC1和PC2的超前滞后相关和CEOF分析得到的前2个模式的空间分布情况表明,在东传分量场上,热带大气季节内振荡的对流降水和纬向风以约40 d的周期沿赤道向东传播,并且MJO主要活跃在东半球(活跃范围为60°E—180°),前2个主要模式的超前滞后相关关系对于预报有着重要的指示意义。

由西传分量CEOF分析所得到的空间模式可知,整体而言,西传分量前2个模式的振荡幅度明显减弱。前2个模式的总的解释方差分别为9.3%和8.9%,远小于东传分量的情况。分析西传分量的前几个主要模式可知,西传分量主要表现了热带大气季节内振荡的多尺度空间特征,在纬向上呈现为2—3波的运动情况。图8f给出了西传分量CEOF分析得到的前2个模式所对应的时间系数的超前滞后相关情况,结果表明,在西传分量的大气季节内振

荡中,当 PC1 超前(滞后)PC2 约 10 d 时,PC1 和 PC2 的相关系数绝对值约为 0.7,说明西传分量的季节内振荡西传的周期约为 40 d,不过远小于东传分量的振幅。因此,在对变量整体分析时,西传特征常被强的大尺度的向东传播所掩盖而难以得到体现,通过东、西传分解,有助于进一步揭示大气季节

内振荡的西传特征及其作用。

从驻波分量 CEOF 分析所得到的前 2 个空间模态可以看到第 1 模态的总解释方差可达 53.7%,且可以很好地和其他 CEOF 模态分离开来,说明在驻波分量上主要表现为印度洋和太平洋的反位相结构(图略)。

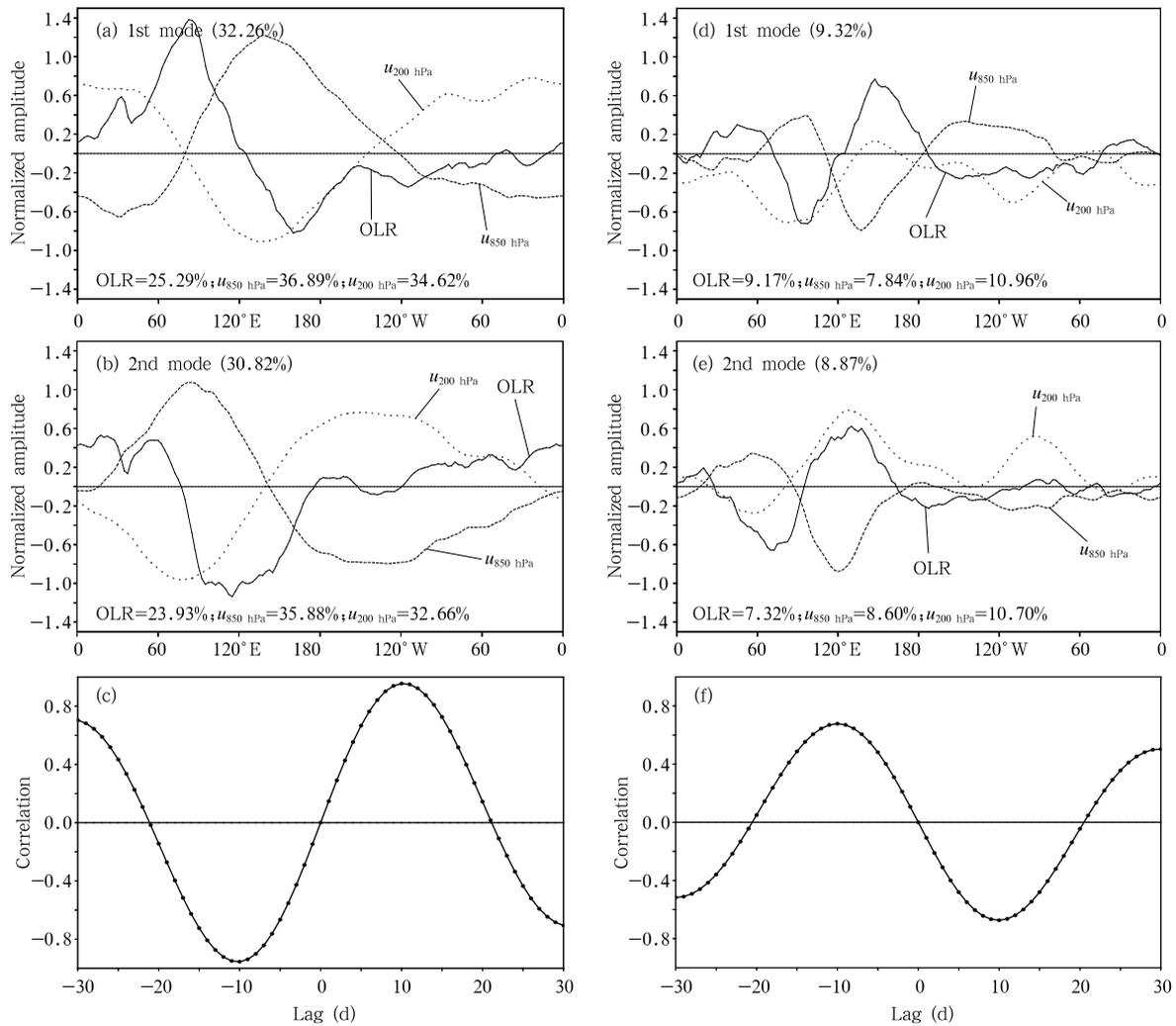


图 8 OLR、850 和 200 hPa 纬向风 3 个变量东传和西传分量 30—60 d 滤波且 15°S—15°N 平均之后,联合 EOF 分析得到的前两个空间模态的分布情况,以及前两个模态对应的时间系数 PC1 和 PC2 的超前滞后相关情况(a. 东传分量的 CEOF-1, b. 东传分量的 CEOF-2, c. 东传分量的 PC1 和 PC2 的超前滞后相关曲线, d. 西传分量的 CEOF-1, e. 西传分量的 CEOF-2, f. 西传分量的 PC1 和 PC2 的超前滞后相关曲线)

Fig. 8 As in Fig. 7 but for the eastward ((a), (b) and (c)) and westward ((d), (e) and (f)) propagating components

分析可知,东传分量所反映的信息和未分解时基本一致,而西传分量的信号则要弱一些。说明在热带地区,大气季节内振荡主要以纬向 1 波的向东

传播为主,且对流层高、低层之间纬向风呈现反位相的“斜压”结构。这和传统的结论一致。这从再分析资料的角度进一步验证了时-空二维波传播分解方

法的正确性和可行性。

通过时-空二维波传播分解可知,热带大气季节内振荡纬向 1 波的东传,纬向风随高度明显向西倾斜,以致对流层高、低层之间呈现反位相的“斜压”结构,这些显著的特征主要在东传分量上得到体现;西传分量则主要表现了热带大气季节内振荡的多尺度西传特征,如纬向 2—3 波的活动情况,西传现象主

要出现在东半球。对各年进行经度-时间剖面分析可以看到,东传分量上东传现象非常明显,西传分量上季节内振荡的西传现象在有的年份也很清晰,只是强度以及系统性没有东传现象那么显著(图 9)。时-空二维波传播的东、西分解,有利于深入研究热带大气季节内振荡的东传和西传特征及其对天气气候的影响。

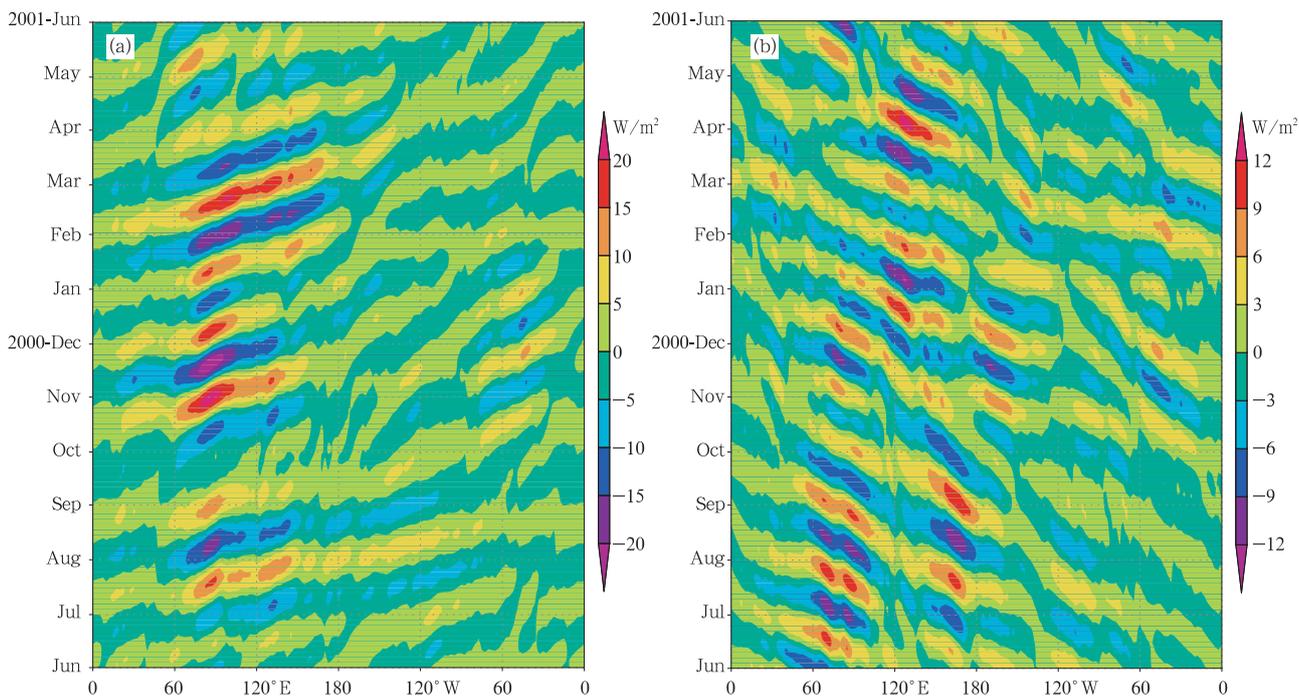


图 9 2000 年 6 月—2001 年 6 月,OLR 东传(a)和西传分量(b)的经度-时间剖面(单位:  $W/m^2$ )

Fig. 9 Longitude-time sections of the eastward- (a) and westward-propagating (b) components for the OLR from June 2000 to June 2001 (unit:  $W/m^2$ )

另外,东传分量 CEOF 分析得到的前 2 个主要模态相较于未分解时 CEOF 分析得到的前 2 个主要模态,其顺序出现了颠倒,这说明通过时-空二维波传播分解,将东传分量、西传分量以及驻波分量分离开来分析,避开了各分量之间的相互影响,使得造成热带大气季节内振荡纬向 1 波东传现象的 2 个主要模态的重要性出现了新的排序,揭示了对变量整体分析所看不到的内部特征,从而对热带大气季节内振荡纬向 1 波向东传播主要模态的物理意义及其重要性有了进一步的认识,这对于 MJO 更加准确预报及其物理模型的建立有着重要意义。所以,对各分量分别进行分析有利于深入认识大气季节内振荡的东传、西传现象各自的特征及其对天气气候的

不同作用。

## 5 结论与讨论

本文主要针对大气季节内振荡传播特征的复杂多变性进行了探讨。为了进一步了解大气季节内振荡的传播特征及其不同传播方向分量的不同作用,基于波的传播理论,对时-空谱分析进行了发展,提出了时-空二维波传播分解方法,并用理想函数和再分析资料验证了这一方法的正确性和可行性。

结果表明,对于任一时-空序列,采用此方法均可以正确分解得到空间上具有不同传播方向的 3 部分分量:前进波、后退波和驻波分量。对 OLR、200

和 850 hPa 纬向风的东传、西传以及驻波分量分别进行 CEOF 分析, 结果表明, 在东传分量上, 热带大气季节内振荡主要表现为纬向 1 波的向东传播, 在对流层高、低层之间纬向风呈现反位相的斜压结构, 和未分解的情况相比, 前 2 个主要模态重要性的排序出现了颠倒, 这说明通过时-空二维波传播分解, 避开了各分量之间的相互影响, 进一步揭示了前 2 个模态的物理意义及其在季节内振荡中的重要性; 在西传分量上, 热带大气季节内振荡主要表现为纬向 2—3 波的向西传播, 西传现象在有的年份非常清晰; 驻波分量主要表现出印度洋和太平洋的反位相结构。对热带大气季节内振荡的东、西分量的分析, 深化了对 MJO 东、西传特征的了解, 对于其更加准确预报和物理模型的建立有着重要的意义。时-空二维波传播分解方法突破了原有分析方法仅对各变量进行整体分析的局限性, 为进一步了解大气季节内振荡现象提供了一个新的视角, 也为下一步的研究工作打下了基础。

本文主要是提出了时-空二维波传播分解方法, 并验证了其正确性和可行性。下一步将把此方法应用于研究大气季节内振荡的基本特征及其与天气气候现象的相互关系。采用时-空二维波传播分解方法, 纬向上进行东西分解得到东传(前进波)、西传(后退波)和驻波分量, 经向上进行南北分解得到北传(前进波)、南传(后退波)和驻波分量。通过对各分量的分析, 从一个新的角度来研究大气季节内振荡及其影响, 进而揭示这一现象的内在特征, 这对提高月、季预报水平有着重要的意义。

**致谢:** 本文修改过程中得到王金成博士的帮助, 特此致谢!

## 参考文献

- 董敏, 张兴强, 何金海. 2004. 热带季节内振荡时空特征的诊断研究. 气象学报, 62(6): 821-830
- 何金海, 董敏, 蒋国荣等. 2006. 有关全球变暖对热带大气季节内振荡特征的影响及其数值模拟的研究. 气象与减灾研究, 29(1): 17-21
- 黄嘉佑, 李黄. 1984. 气象中的谱分析. 北京: 气象出版社, 318pp
- 李崇银. 1993. 大气低频振荡. 北京: 气象出版社, 310pp
- 李崇银, 武培立, 张勤. 1990. 北半球大气环流 30—60 天振荡的一些特征. 中国科学(B辑), 7: 764-774
- 李崇银, 龙振夏, 穆明权. 2003. 大气季节内振荡及其重要作用. 大气科学, 27(4): 518-535
- 刘芸芸, 俞永强, 何金海等. 2006. 全球变暖背景下热带大气季节内振

- 荡的变化特征及其数值模拟. 气象学报, 64(6): 723-733
- 占瑞芬, 李建平. 2008. 青藏高原地区大气红外探测器(AIRS)资料质量检验及揭示的上对流层水汽特征. 大气科学, 32(2): 242-260
- 祝从文, Nakazawa T, 李建平. 2004. 大气季节内振荡对印度洋-西太平洋地区热带低压/气旋生成的影响. 气象学报, 62(1): 42-50
- Chen Longxun, Xie An. 1988. Westward propagation low-frequency oscillation and its teleconnections in the Eastern Hemisphere. Acta Meteor Sinica, 2: 300-312
- Deland R J. 1964. Traveling planetary waves. Tellus, 16: 271-273
- Duchon C E. 1979. Lanczos filtering in one and two Dimensions. J Appl Meteor, 18: 1016-1022
- von Storch H, Zwiers F W. 2002. Statistical Analysis in Climate Research. Cambridge University Press, 241-249
- Hayashi Y. 1971. A generalized method of resolving disturbances into progressive and retrogressive waves by space Fourier and time cross-spectral analysis. J Meteor Soc Japan, 49: 125-128
- Hayashi Y. 1973. A method of analyzing transient waves by space-time cross spectra. J Appl Meteor, 12(2): 404-408
- Hayashi Y. 1977. On the Coherence between progressive and retrogressive waves and a partition of space-time power spectra into standing and traveling parts. J Appl Meteor, 16(4): 368-373
- Hayashi Y. 1977. Space-time power spectral analysis using the maximum entropy method. J Meteor Soc Japan, 55: 415-420
- Hayashi Y. 1979. Space-time spectral analysis of rotary vector series. J Atmos Sci, 36(5): 757-766
- Hayashi Y. 1980. A method of estimating space-time spectra from polar-orbiting satellite data. J Atmos Sci, 37(6): 1385-1392
- Hayashi Y. 1981. Space-time cross spectral analysis using the maximum entropy method. J Meteor Soc Japan, 59: 620-624
- Hayashi Y. 1982. Space-time spectral analysis and its applications to atmospheric waves. J Meteor Soc Japan, 60(1): 156-171
- Hayashi Y. 1979. A generalized method of resolving transient disturbances into standing and traveling waves by space-time spectral analysis. J Atmos Sci, 36(6): 1017-1029
- Hayashi Y, Golder D G. 1993. Tropical 40—50 and 25—30 day oscillations appearing in realistic and idealized GFDL climate models and ECWMF dataset. J Atmos Sci, 50(3): 464-494
- Huang Ronghui. 1994. Interactions between the 30—60 day oscillation, the Walker circulation and the convective activities in the tropical western Pacific and their relations to the interannual oscillation. Adv Atmos Sci, 11(3): 367-384
- Kao S K. 1968. Governing equations and spectra for atmospheric motion and transports in frequency-wavenumber space. J Atmos Sci, 25(1): 32-38
- Kao S K. 1970. Wavenumber-frequency spectra of temperature in the free atmosphere. J Atmos Sci, 27(7): 1000-1007
- Lau K M, Chan P H. 1985. Aspects of the 40—50 day oscillations during the Northern winter as inferred from outgoing longwave radiation. Mon Wea Rev, 113: 1889-1909

- Lau K M, Chan P H. 1986. Aspects of the 40 – 50 day oscillation during Northern summer as inferred from outgoing longwave radiation. *Mon Wea Rev*, 114: 1354-1367
- Liebmann B, Smith C A. 1996. Description of a complete (interpolated) outgoing longwave radiation dataset. *Bull Amer Meteor Soc*, 77: 1275-1277
- Madden R A, Julian P R. 1971. Detection of a 40 – 50 day oscillation in the zonal wind in the tropical Pacific. *J Atmos Sci*, 28: 702-708
- Madden R A, Julian P R. 1972. Description of globe scale circulation cells in the tropics with 40 – 50 day period. *J Atmos Sci*, 29: 1109-1123
- Madden R A, Julian P R. 1994. Observations of the 40 – 50-day tropical oscillation—A review. *Mon Wea Rev*, 122: 814-837
- Murakami T, Nakazawa T. 1984. On the 40 – 50 day oscillations during the 1979 northern hemisphere summer. Part I: Phase propagation. *J Meteor Soc Japan*, 62: 440-468
- Murakami T, Chen Longxun, Xie An, et al. 1986. Eastward propagation of 30 – 60 day perturbations as revealed from outgoing longwave radiation data. *J Atmos Sci*, 43: 961-971
- Murakami T, Chen Longxun, Xie An. 1986. Relationship among seasonal cycles low-frequency oscillations and transient disturbances as revealed from outgoing longwave radiation data. *Mon Wea Rev*, 114: 1456-1465
- North G R, Bell T L, Cahalan R F, et al. 1982. Sampling errors in the estimation of empirical orthogonal functions. *Mon Wea Rev*, 110: 699-706
- Pratt R W. 1976. The interpretation of space-time spectral quantities. *J Atmos Sci*, 32: 1283-1300
- Pratt R W. 1977. Space-time kinetic energy spectra in mid-latitude. *J Atmos Sci*, 34: 1054-1057
- Pratt R W. 1979. A Space-time spectral comparison of the NCAR and GFDL general circulation models to the atmosphere. *J Atmos Sci*, 36: 1681-1691
- Rui H L, Wang B. 1990. Development characteristics and dynamic structure of Tropical intraseasonal convection anomalies. *J Atmos Sci*, 47: 357-379
- Wheeler M C, Hendon H H. 2004. An all-season real-time multivariate MJO index: Development of an index for monitoring and prediction. *Mon Wea Rev*, 132: 1917-1932
- Yasunari T. 1980. A quasi-stationary appearance of 30 – 40 day period in the cloudiness fluctuations during the summer monsoon over India. *J Meteor Soc Japan*, 58: 225-229
- Zhan R, Li J, Gettelman A. 2006. Intraseasonal variations of upper tropospheric water vapor in Asian monsoon region. *Atmos Chem Phys Discuss*, 6: 8069-8095
- Zhang C D. 2005. Madden-Julian oscillation. *Rev Geophys*, 43: 1-36
- Zhu Congwen, Nakazawa T, Li Jianping, et al. 2003. The 30 – 60 day intraseasonal oscillation over the western North Pacific Ocean and its impacts on summer flooding in China during 1998. *Geophys Res Lett*, doi: 10.1029/2003GL017817
- Zhu Congwen, Nakazawa T, Li Jianping. 2003. Modulation of twin tropical cyclogenesis by the MJO westerly wind burst during the onset period of 1997/98 ENSO. *Adv Atmos Sci*, 20(6): 882-898

## 附 录

## A 时-空二维波传播分解方法的详细推导过程

按照二维傅立叶展开方法,随经度和时间变化的时-空序列  $F(\lambda, t)$  可以展开成

$$\begin{aligned} F(\lambda, t) &= \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{\omega=0}^{\infty} [C_{k,+\omega} \cos(k\lambda - \omega t - \varphi_{k,+\omega}) + C_{k,-\omega} \cos(k\lambda + \omega t + \varphi_{k,-\omega})] \\ &= \sum_{k=0}^{\infty} [A_k(t) \cos k\lambda + B_k(t) \sin k\lambda] \end{aligned} \quad (\text{A1})$$

其中,  $\omega = \frac{2\pi l}{T}$ 。对波数域的傅立叶系数  $A_k(t)$  和  $B_k(t)$  作频率域展开

$$A_k(t) = \sum_{l=0}^{\infty} (a_{kl} \cos \omega t + b_{kl} \sin \omega t) \quad (\text{A2})$$

$$B_k(t) = \sum_{l=0}^{\infty} (c_{kl} \cos \omega t + d_{kl} \sin \omega t) \quad (\text{A3})$$

其中,

$$a_{kl} = C_{k,+\omega} \cos \varphi_{k,+\omega} + C_{k,-\omega} \cos \varphi_{k,-\omega} \quad (\text{A4})$$

$$b_{kl} = -C_{k,+\omega} \sin \varphi_{k,+\omega} - C_{k,-\omega} \sin \varphi_{k,-\omega} \quad (\text{A5})$$

$$c_{kl} = C_{k,+\omega} \sin \varphi_{k,+\omega} - C_{k,-\omega} \sin \varphi_{k,-\omega} \quad (\text{A6})$$

$$d_{kl} = C_{k,+\omega} \cos \varphi_{k,+\omega} - C_{k,-\omega} \cos \varphi_{k,-\omega} \quad (\text{A7})$$

再将  $F(\lambda, t)$  分解成 3 部分

$$F(\lambda, t) = F_0(\lambda, t) + F_+(\lambda, t) + F_-(\lambda, t) \quad (\text{A8})$$

其中,

$$\begin{aligned} F_0(\lambda, t) &= \sum_{k=0}^{\infty} [C_{k,0} \cos(k\lambda - \varphi_{k,0}) + C_{k,0} \cos(k\lambda + \varphi_{k,0})] \\ &= \sum_{k=0}^{\infty} \left\{ [C_{k,0} \cos \varphi_{k,0} \cos k\lambda + C_{k,0} \sin \varphi_{k,0} \sin k\lambda] + \right. \\ &\quad \left. [C_{k,0} \cos \varphi_{k,0} \cos k\lambda - C_{k,0} \sin \varphi_{k,0} \sin k\lambda] \right\} \end{aligned} \quad (\text{A9})$$

$$\begin{aligned} F_+(\lambda, t) &= \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{\omega=1}^{\infty} C_{k,+\omega} \cos(k\lambda - \omega t - \varphi_{k,+\omega}) \\ &= \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{\omega=1}^{\infty} [C_{k,+\omega} \cos \varphi_{k,+\omega} \cos(k\lambda - \omega t) + C_{k,+\omega} \sin \varphi_{k,+\omega} \sin(k\lambda - \omega t)] \end{aligned} \quad (\text{A10})$$

$$\begin{aligned} F_-(\lambda, t) &= \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{\omega=1}^{\infty} C_{k,-\omega} \cos(k\lambda + \omega t + \varphi_{k,-\omega}) \\ &= \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{\omega=1}^{\infty} [C_{k,-\omega} \cos \varphi_{k,-\omega} \cos(k\lambda + \omega t) - C_{k,-\omega} \sin \varphi_{k,-\omega} \sin(k\lambda + \omega t)] \end{aligned} \quad (\text{A11})$$

## B 时-空二维波传播分解方法的计算过程

第 1 步,求出每一时刻波数域的傅立叶系数(对于纬圈情形称为纬向谐波系数)  $A_k(t)$  和  $B_k(t)$

$$A_k(t) = \frac{2}{m} \sum_{i=0}^{m-1} F_i(t) \cos ki \quad (\text{B1})$$

$$B_k(t) = \frac{2}{m} \sum_{i=0}^{m-1} F_i(t) \sin ki \quad (\text{B2})$$

其中,  $k = 1, 2, \dots, [m/2], A_0(t) = \frac{1}{m} \sum_{i=0}^{m-1} F_i(t), B_0(t) = 0$ 。

第 2 步, 求出波数域的傅立叶系数  $A_k(t)$  和  $B_k(t)$  在时域上的傅立叶系数

$$a_{kl} = \frac{2}{n} \sum_{j=1}^n A_{kj} \cos \frac{2\pi l}{n} (j-1) \quad (\text{B3})$$

$$b_{kl} = \frac{2}{n} \sum_{j=1}^n A_{kj} \sin \frac{2\pi l}{n} (j-1) \quad (\text{B4})$$

$$c_{kl} = \frac{2}{n} \sum_{j=1}^n B_{kj} \cos \frac{2\pi l}{n} (j-1) \quad (\text{B5})$$

$$d_{kl} = \frac{2}{n} \sum_{j=1}^n B_{kj} \sin \frac{2\pi l}{n} (j-1) \quad (\text{B6})$$

其中,  $l = 1, 2, \dots, [n/2], a_{k0} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n A_{kj}, b_{k0} = 0, c_{k0} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n B_{kj}, d_{k0} = 0$ 。

第 3 步, 根据前面公式可有

$$C_{k,+ \omega}^2 + C_{k,- \omega}^2 = \frac{1}{2} (a_{kl}^2 + b_{kl}^2 + c_{kl}^2 + d_{kl}^2) \quad (\text{B7})$$

$$C_{k,+ \omega}^2 - C_{k,- \omega}^2 = a_{kl} d_{kl} - b_{kl} c_{kl} \quad (\text{B8})$$

$$4C_{k,+ \omega}^2 = (a_{kl} + d_{kl})^2 + (-b_{kl} + c_{kl})^2 \quad (\text{B9})$$

$$4C_{k,- \omega}^2 = (a_{kl} - d_{kl})^2 + (b_{kl} + c_{kl})^2 \quad (\text{B10})$$

$$C_{k,+ \omega} \cos \varphi_{k,+ \omega} = \frac{1}{2} (a_{kl} + d_{kl}) \quad (\text{B11})$$

$$C_{k,+ \omega} \sin \varphi_{k,+ \omega} = \frac{1}{2} (-b_{kl} + c_{kl}) \quad (\text{B12})$$

$$C_{k,- \omega} \cos \varphi_{k,- \omega} = \frac{1}{2} (a_{kl} - d_{kl}) \quad (\text{B13})$$

$$C_{k,- \omega} \sin \varphi_{k,- \omega} = -\frac{1}{2} (b_{kl} + c_{kl}) \quad (\text{B14})$$

第 4 步, 计算  $F(\lambda, t)$  的 3 个分量

$$F_{0ij} = \sum_{k=0}^{[m/2]} [a_{k0} \cos ki + c_{k0} \sin ki] \quad (\text{B15})$$

$$F_{+ij} = \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{[m/2]} \sum_{l=1}^{[n/2]} [(a_{kl} + d_{kl}) \cos(ki - \omega j) + (-b_{kl} + c_{kl}) \sin(ki - \omega j)] \quad (\text{B16})$$

$$F_{-ij} = \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{[m/2]} \sum_{l=1}^{[n/2]} [(a_{kl} - d_{kl}) \cos(ki + \omega j) + (b_{kl} + c_{kl}) \sin(ki + \omega j)] \quad (\text{B17})$$