

# 陡峭地形区气压梯度力的误差扣除法<sup>①</sup>

钱永甫 周天军

(南京大学大气科学系, 南京, 210008)

## 提 要

设计一种计算陡峭地形区气压梯度力的新方法, 即误差扣除法, 给出了误差扣除法的基本原理。然后, 选用理想大气, 用 3 种近似计算式进行了检验。结果表明, 这 3 种方法在单独用于气压梯度的计算时, 计算值都有较大误差, 在地形陡峭区, 相对误差可以达到 20% 以上。即使在平缓地形区, 相对误差也不可忽略, 只有平均温度格式可以满足精度要求。但当这 3 种格式在误差扣除法中应用时, 绝对误差和相对误差都大大减小, 相对误差的量级可达到  $10^{-2}$ 。

关键词 地形处理 计算方法 误差扣除

## 1 引 言

在有地形的大尺度和中尺度数值预报模式中, 当模式地形的高度和陡度达到一定值后, 都会产生不稳定。这种不稳定来源于地形区内气压梯度力计算中的巨大误差。因此, 如何获得气压梯度力的精确值, 一直是人们普遍关心的问题, 并且一直有人在研究。

目前, 比较流行的气压梯度力计算方法大致可分为 3 大类。即静力扣除法、回插到水平面的计算法和特殊差分格式法。

在静力扣除法中需要引入一个参考大气, 在此大气中, 温度和重力位势高度只是气压的函数, 因而无水平气压梯度力。将模式大气的温度和重力位势高度场扣除参考大气的相应场, 可将气压梯度力由两大项的小差变为两小项的余差, 从而提高计算精度。

回插到水平面的计算法是将模式大气中的重力位势场插值到计算点所在的等压面上, 然后按通常差分法计算气压梯度力。此方法计算量较大, 但能保证精度。

特殊差分格式法可以 Corby 格式为例, 该方法在推导时也采用了无气压梯度力的参考大气, 并且差分式具有二阶计算精度。

作者等曾检验过以上 3 大类方法的计算精度, 指出静力扣除法除可应用于谱模式中外, 在差分模式中并不能有效地消除计算误差<sup>[1]</sup>。作者等根据差分变换原理, 提出了另一类计算气压梯度力的方法, 称为差微差方法(或 DDD 法)。并且证明 DDD 方法是一种精度较高的方法, Corby 格式只是 DDD 方法在局地等温条件下的一种近似。由 DDD 方法可以演化出好几种计算气压梯度力的公式<sup>[2]</sup>。例如局地等温格式、回插计算格式和经典修正

① 1993-06-16 收到初稿, 1993-10-18 收到修改稿。本文得到 85-906 攻关项目资助。

格式等等<sup>[3]</sup>。数值试验表明这些格式都具有较高的计算精度。应当指出,作者提出的 DDD 方法,不仅适合于  $\sigma$  坐标系,对于其它地形跟随坐标系也是适用的。

尽管 DDD 方法有精度较高的优点,但其缺点是计算公式较复杂,因而不够经济,能否提出一种计算既简便而又有足够精度的气压梯度力的计算方法呢?本文的目的就是要解决这个问题。文中提出的误差扣除法可以满足这个要求。

## 2 误差扣除法的基本原理

误差扣除法具有两种形式,即连续扣除法和初始误差扣除法。

### 2.1 连续扣除法

设  $PG^*(t)$  和  $PG(t)$  是  $t$  时刻气压梯度力的“精确”值和用某种计算公式求得的近似值,  $PG^*(t+\Delta t)$  和  $PG(t+\Delta t)$  是  $t+\Delta t$  时刻的相应值,则显然有

$$\varepsilon(t) = PG^*(t) - PG(t) \quad (1)$$

$$\varepsilon(t + \Delta t) = PG^*(t + \Delta t) - PG(t + \Delta t) \quad (2)$$

式中  $\varepsilon$  为近似值相对于精确值的误差,一般来说是时间的函数。式(2)减去式(1)得

$$PG^*(t + \Delta t) = PG(t + \Delta t) + PG^*(t) - PG(t) + \varepsilon(t) - \varepsilon(t + \Delta t)$$

由于在  $t$  和  $t + \Delta t$  时刻所用的近似计算公式相同,因而  $\varepsilon(t)$  和  $\varepsilon(t + \Delta t)$  必定十分接近。假设两者完全相同,则上式变为

$$PG^*(t + \Delta t) = PG(t + \Delta t) + [PG^*(t) - PG(t)] = PG(t + \Delta t) + \varepsilon(t) \quad (3)$$

由于  $\varepsilon(t)$  和  $\varepsilon(t + \Delta t)$  已设为相等,故式(3)与式(2)是同一个公式,但式(3)适用于递推计算。

### 2.2 初始误差扣除法

由式(3)可见,  $\varepsilon(t)$  是  $t$  的函数,即不同时刻,  $\varepsilon(t)$  可有不同的值。如果令  $\varepsilon(t) = \varepsilon(0)$ , 即任意时刻的  $\varepsilon(t)$  均等于初始时刻的  $\varepsilon(0)$ , 则式(3)简化为

$$PG^*(t + \Delta t) = PG(t + \Delta t) + \varepsilon(0) \quad (4)$$

与式(3)相比,式(4)具有更简单的形式。

但是,事实上式(4)和式(3)在本质上是相同的,这一点很容易证明。为此,将式(3)改为

$$PG^*(n\Delta t) = PG(n\Delta t) + \{PG^*[(n-1)\Delta t] - PG[(n-1)\Delta t]\} \quad (5)$$

式中  $n$  代表时间积分的步数。 $n=0$  为初始时刻,将式(5)改写为

$$\begin{aligned} \varepsilon(n\Delta t) &= PG^*(n\Delta t) - PG(n\Delta t) = PG^*[(n-1)\Delta t] - PG[(n-1)\Delta t] \\ &= \varepsilon[(n-1)\Delta t] \end{aligned} \quad (6)$$

式(6)中表明,  $n\Delta t$  时刻的误差与上一时刻  $(n-1)\Delta t$  的误差相同。而  $(n-1)\Delta t$  时刻的误差又与  $(n-2)\Delta t$  时刻的误差相同。以此类推,可证明

$$\varepsilon(n\Delta t) \equiv \varepsilon(0) \quad (7)$$

因此,连续扣除法和初始误差扣除法具有相同的计算公式,统称为误差扣除法。

### 2.3 $PG^*(0)$ 和 $\varepsilon(0)$ 的确定方法

从式(4)可见,为了求得某一时刻的精确气压梯度力,需要确定气压梯度力的近似

值和初始误差  $\varepsilon(0)$ 。近似值可选择某种计算公式而求得， $\varepsilon(0)$  显然与计算公式的精确程度有关，因为由式 (6)， $\varepsilon(0)$  可表示为

$$\varepsilon(0) = PG^*(0) - PG(0) \quad (8)$$

显然， $PG^*(0)$  是一个确定值，当计算  $PG$  的公式精度高时， $\varepsilon(0)$  就小，反之， $\varepsilon(0)$  就大。

从式 (8) 可知，当  $PG$  计算方法确定后，还须获得  $PG^*(0)$ 。如何获得  $PG^*(0)$  是至关重要的问题，因为任一时刻的  $PG^*$  值都通过式 (4) 与  $PG^*(0)$  相联系。

$PG^*(0)$  的最简单求法是引入一个温度和重力位势只依赖于气压的参考大气。显然，在这样一个参考大气中， $PG^*(0)$  的值在任何格点上均为零。选择一种气压梯度力的近似计算式，可计算出  $PG(0)$ 。由于近似式一般不可能非常精确，因而计算出的  $PG(0)$  就有可能不为零，至少在地形陡峭处不为零。于是有

$$\varepsilon(0) = PG^*(0) - PG(0) = -PG(0) \quad (9)$$

将各格点上的  $\varepsilon(0)$  保留下，在以后求  $PG^*(t)$  时，各个格点上都扣除该格点的  $\varepsilon(0)$ ，则由近似计算式也可获得气压梯度力的精确值。

$PG^*(0)$  的另一种求法是引入一个理想大气，在此大气中，温度和重力位势可以表示成空间的解析函数，因而可以求得各格点上  $PG^*(0)$  的理论值，同时选用一个气压梯度力的近似式算出  $PG(0)$ ，则可求得所有格点上的  $\varepsilon(0)$ 。

由以上讨论可见， $\varepsilon(0)$  取决于所选用的气压梯度力近似计算式，同时也取决于数值模式的水平和垂直分辨率。但是， $PG^*(t)$  却独立于所选用的近似式。换言之，气压梯度力的近似式可以是任意的，它不会影响  $PG^*(t)$  的精度。既然如此，自然可以选择最简单的近似计算公式。这样就达到了既保证精度又节省计算时间的目的。

当然，以上的推论只是根据原理得出来的，事实上，选用不同的近似式可能会有不同的  $PG^*(t)$ 。本文将用试验结果来检验。

### 3 试验方案

#### 3.1 理想场的设计

采用理想场来求  $PG^*(0)$ 。设温度  $T$  的分布函数为

$$T = T_0 + r \ln \frac{p}{p_0} \quad (10)$$

式中下标“0”表示某一参考面，例如海平面上的量， $p$  为气压， $r$  为温度递减率，设为

$$r = r_0 \left[ 1 + \frac{1}{a} \ln \left( \frac{p}{p_0} \right) \right] \quad (11)$$

代入式 (10) 可得

$$T = T_0 + r_0 \left( 1 + A \ln \frac{p}{p_0} \right) \ln \frac{p}{p_0}$$

式中  $A = a^{-1}$ ， $a = 3$ ，取为常数。

由静力方程，容易求得重力位势

$$\phi = \phi_0 - R \left[ T_0 \ln \left( \frac{p}{p_0} \right) + \frac{r_0}{2} \ln^2 \left( \frac{p}{p_0} \right) + \frac{1}{3} A r_0 \ln^3 \left( \frac{p}{p_0} \right) \right] \quad (12)$$

因而重力位势的梯度可表示为

$$\nabla \phi = \nabla \phi_0 - R \ln\left(\frac{p}{p_0}\right) \left[ \nabla T_0 + \left( \frac{1}{2} + \frac{A}{3} \ln \frac{p}{p_0} \right) \ln \frac{p}{p_0} \nabla r_0 \right] \quad (13)$$

可见,任一等压面上的气压梯度都是由气压值和参考面上  $\phi_0$ 、 $T_0$  和  $r_0$  的梯度确定。若参考面上  $\phi_0$ 、 $T_0$  和  $r_0$  都是常数时,则  $\nabla \phi_0 \equiv 0$ ,相当于一个无气压梯度的参考大气。

### 3.2 理想地形的设计

由于误差扣除法同时适用于  $x$  和  $y$  两个方向,故只要对某一方向进行检验即可,设此方向为  $x$ ,代表东西方向,地形高度  $Z_x$  随  $x$  的变化可表示为

$$Z_x(x) = H e^{-[(x-x_0)/L]^2} \quad (14)$$

式中  $H$  为地形最高点  $x_0$  处的高度,  $L$  是地形的指数  $e$  折叠长度,即当  $|x - x_0| = L$  时,  $Z_x = H/e$ 。

将  $Z_x$  代入式 (12),可以求得理想大气中的面气压  $p_s$ 。

### 3.3 气压梯度的近似计算式

选择3种近似计算式,即平均温度格式、Corby 格式和经典格式,它们的差分表达式可分别表示为

$$\begin{aligned} \left( \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_s &= \overline{\frac{\delta \phi^s}{\delta x}} + R \bar{T}^s \overline{\frac{\delta \ln p^s}{\delta x}} \\ &= \frac{\phi_{i+1} - \phi_{i-1}}{2 \Delta x} + R \frac{T_{i+1} + T_{i-1}}{4 \Delta x} \ln \left( \frac{p_{i+1}}{p_{i-1}} \right) \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \left( \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_c &= \overline{\frac{\delta \phi^c}{\delta x}} + R \bar{T}^c \overline{\frac{\delta \ln p^c}{\delta x}} \\ &= \frac{\phi_{i+1} - \phi_{i-1}}{2 \Delta x} + \frac{R}{4 \Delta x} \left[ (T_{i+1} + T_i) \ln \left( \frac{p_{i+1}}{p_i} \right) + (T_i + T_{i-1}) \ln \left( \frac{p_i}{p_{i-1}} \right) \right] \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \left( \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_e &= \overline{\frac{\delta \phi^e}{\delta x}} + R T \overline{\frac{\delta \ln p^e}{\delta x}} \\ &= \frac{\phi_{i+1} - \phi_{i-1}}{2 \Delta x} + R T_i \frac{\ln \left( \frac{p_{i+1}}{p_{i-1}} \right)}{2 \Delta x} \end{aligned} \quad (17)$$

式中  $i$  为差分点的编号,  $\Delta x$  为格距。在后面将式 (15) — (17) 代表的格式分别称为格式 1、2 和 3。

### 3.4 试验类型

做两类试验,第一类试验是为了检验所选的3种气压梯度近似算法的精度,称为精度试验,第二类试验是检验误差扣除法的计算精度,即确证误差扣除法的可用性,称为扣除试验。在这两类试验中,参考面  $p_0$  为 1000hPa,在  $p_0$  面上的温度  $T_0$ 、重力位势  $\phi_0$  和温度垂直递减率  $r_0$  可解析地表示为

$$T_0(x, t) = \bar{T}_0(t) + B(t) \cos \left[ \frac{2\pi K}{L_0} (x - x_0) \right] \quad (18)$$

$$\phi_0(x, t) = \bar{\phi}_0(t) + A(t) \sin \left[ \frac{2\pi K}{L_0} (x - x_0) \right] \quad (19)$$

$$r_0(x,t) = \bar{r}_0(t) + C(t) \cos\left[\frac{2\pi K}{L}(x - x_0)\right] \quad (20)$$

以上式中,  $\bar{T}_0$ 、 $\bar{\Phi}_0$ 、和  $\bar{r}_0$  以及  $B$ 、 $A$ 、 $C$  和  $K$  都是  $t$  的函数。 $\bar{T}_0$ 、 $\bar{\Phi}_0$ 、和  $\bar{r}_0$  代表参考等压面  $p_0$  的平均温度、平均重力位势高度和平均温减率, 而  $B$ 、 $A$  和  $C$  代表波动振幅,  $K$  是波数。 $L_0$  是模式在  $x$  方向的总长度。

### 3.4.1 精度试验

在本试验中, 取  $\bar{T}_0 = 285K$ ,  $\bar{\Phi}_0 = 0$ ,  $\bar{r}_0 = 55K$ 。设计如下3个试验, 即

(1) 无气压梯度力参考大气试验, 用 NPG 表示在 NPG 中, 式 (14) 的  $H=4000m$ ,  $L=1000km$ , 即地形高且陡。 $B=A=C=0$ 。这个试验可以检验3种计算格式在地形区各自包含的误差。

(2) 有气压梯度力参考大气试验之一, 用 WPG1 表示。在 WPG1 中,  $H$  和  $L$  的值与 NPG 中一样,  $B=15$ ,  $A=20$ ,  $C=5$ ,  $K=2$ 。这个试验可检验有气压梯度力和无气压梯度力参考大气对格式精度的影响。

(3) 有气压梯度力参考大气试验之二, 用 WPG2 表示。此试验与 WPG1 相同, 只是确定地形的参数  $H=2000m$ ,  $L=2000km$ 。显然这个试验代表了较平缓地形对格式精度的影响。

### 3.4.2 扣除试验

为了检验误差扣除法的精度, 可以在精度试验中选定一种试验(例如 WPG1)作为  $t$  时刻的代表性试验, 然后改变  $\bar{T}_0$ 、 $\bar{\Phi}_0$ 、和  $\bar{r}_0$  或  $B$ 、 $A$  和  $C$  的值, 再做一个相应的试验。将两个试验中气压梯度精确值之差和近似值之差进行比较, 即可检验误差扣除法的原理是否正确。取  $\bar{T}_0=290K$ 、 $\bar{\Phi}_0=5$  和  $\bar{r}_0=60K$ , 其它参数与 WPG1 中的值相同, 再做一个试验, 将它的结果和 WPG1 中的值进行比较来检验计算的精度。为了叙述的方便, 用 HPG1 来代表  $t+\Delta t$  时刻的试验。这后一个试验相当于理想大气受到加热场影响、温度和重力位势高度升高、不稳定度增大时的情况。

为便于比较, 将以上试验的参数列于表1。

表1 试验名称和参数

Table 1 Designations and parameters of experimental schemes

试验名称	$H(m)$	$L(km)$	$\bar{T}_0(K)$	$\bar{\Phi}_0$	$\bar{r}_0(K)$	$B$	$A$	$C$	$K$
精度试验	NPG	4000	$10^3$	285	0	55	0	0	0
	WPG1	4000	$10^3$	285	0	55	15	20	5
	WPG2	2000	$2 \times 10^3$	285	0	55	15	20	5
扣除试验	HPG1	4000	$10^3$	290	5	60	15	20	5

还做了其它一些试验, 由于这些试验的结果与以上4种试验所得的结果类似, 因此重点讨论以上4种试验。

## 4 数值试验模式和对结果的讨论

为检验误差扣除法的适用性, 需要建立一个用以检验的模式。为此, 在垂直方向定义

一个 $\sigma$ 坐标系,且

$$\sigma = \frac{(p - p_T)}{(p_s - p_T)} \quad (21)$$

式中 $p$ 为气压, $p_s$ 为地面气压, $p_T$ 为模式顶气压,取为100hPa,将 $\sigma$ 从0—1分为5层,气压梯度力在 $\sigma=0.1, 0.3, 0.5, 0.7$ 和 $0.9$ 层上计算。模式在水平( $x$ )方向取31个格点,格距 $\Delta x = 300\text{km}$ ,地形最高点放在 $i = 16$ 处,即 $x$ 轴的正中间。

下面分别讨论精度试验和扣除试验的结果

#### 4.1 精度试验

图1是NPG试验中所用的地形高度(a)和地形梯度(b)随 $x$ 轴的分布,由图可见,在这样的地形分布下,地形梯度并不很大,最大的梯度出现在山坡上,绝对值为 $3 \times 10^{-3}$ ,即千分之三。这在一般的大尺度数值模式中是常见的,更不用说在中尺度模式中了。

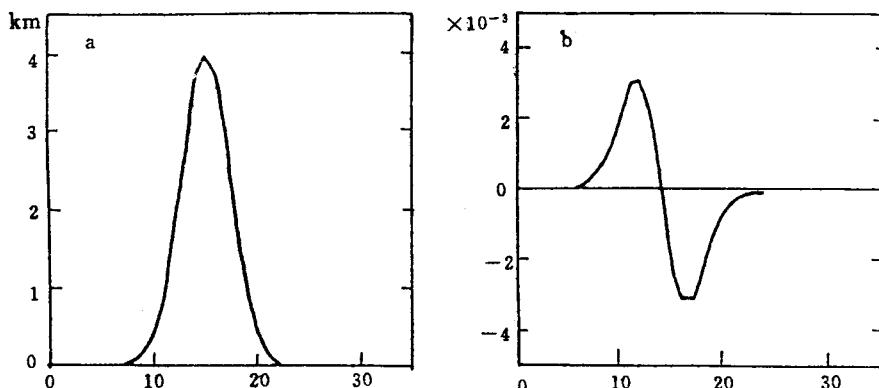


图1 NPG试验中的地形分布(a)和地形梯度分布(b)

Fig. 1 Distributions of topography (a) and topographic gradients in the NPG experiment with no pressure gradient.

图2是NPG试验中在 $\sigma = 0.9$ 模式层上计算气压梯度的近似公式所得的绝对误差。其中a为平均温度格式(格式1),b为Corby格式(格式2),c为经典格式(格式3)。由图

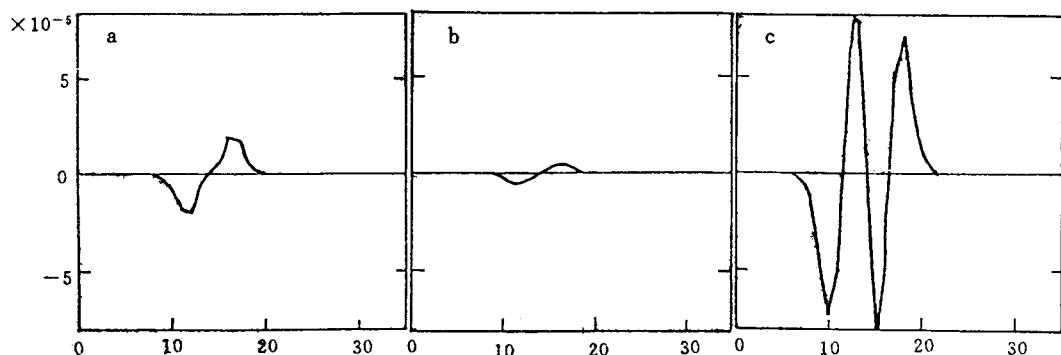


图2 NPG试验中,气压梯度计算格式1(a)、2(b)和3(c)的绝对误差分布  $\sigma=0.9$

Fig. 2 Distributions of the absolute errors of computational formats No. 1(a), No. 2(b) and No. 3(c) of the pressure gradient in NPG at the level  $\sigma=0.9$ .

2可见，即使在无气压梯度的大气中，3种格式在地形梯度较大的模式域内都有误差。格式3的误差最大，而且在山坡的东西侧绝对误差忽正忽负变化。格式1和2绝对误差较小，尤其是格式2。而且这两种格式的误差分布形式相同，即山西侧为负，山东侧为正。虽然这两种格式的绝对误差不大，但在长时间的积分中，误差会积累。在山东侧西风分量因附加的负气压梯度力（正气压梯度）而减速，山西侧则相反，因而使山区有附加的辐合，从而造成增压效应。这正是许多数值模式中山地上空气压场偏高的原因。至于格式3，由于误差大，可造成计算不稳定。

由以上讨论可见，经典格式不能用来做气压梯度力的计算，平均温度格式和Corby格式可以用在数值模式中，如果数值积分时间不长，例如在72小时以内的短期数值预报模式中，它们有可能给出合理的预报结果。但对长期数值预报或气候模拟，就可能造成系统性误差。

与NPG一样，在WPG1中，地形高度和梯度的分布可见图1。

图3是WPG1试验中理想场的气压梯度(a)、格式1(b)、2(c)及3(d)的绝对误差。由图3可见，3种近似格式都有较大误差，且误差数值相差不多。这说明，虽然在无气压梯度时，Corby格式具有最好的精度，但当大气中存在气压梯度时，Corby格式的优越性已不明显。显然，是因为Corby格式的前提条件(局地等温)不再满足之故。只凭绝对误差的大小，还不足以判定格式的好坏。有时，绝对误差大的格式却可以具有较小的相对误差，

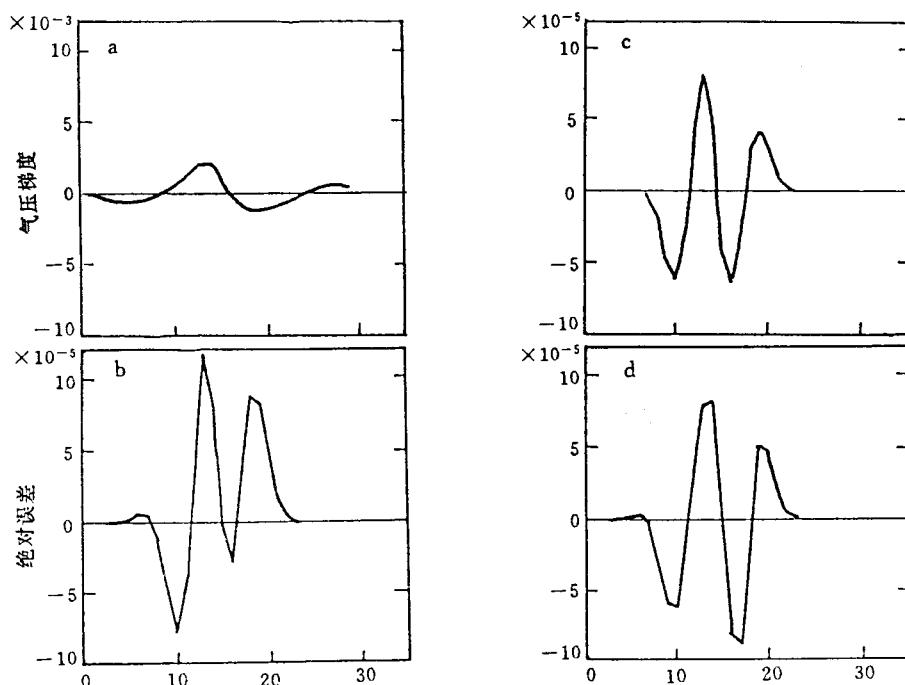


图3 WPG1中理想场气压梯度(a)和格式1(b)、2(c)及3(d)的绝对误差分布  $\sigma = 0.9$

Fig. 3 Distributions of the pressure gradient of the ideal pressure field (a) and the error fields of No. 1 (b), NO. 2 (c) and NO. 3 (d) computational formats in WPG1 experiment at the level  $\sigma = 0.9$ .

这是因为用作比较的理论值并非常数，而是随  $x$  轴变化。如果某种格式的绝对误差分布与理论值分布同位相变化，那么，即使绝对误差较大，相对误差仍可较小。反之，即使绝对误差较小，但是其分布与理论值反位相或位相错开，仍可有较大的相对误差。因此，用相对误差来鉴别格式好坏更为合适。

图4是3种格式气压梯度的相对误差分布曲线。由图可见，格式1(a)的相对误差分布比较合理，最大相对误差出现在山顶上，其值为20%左右。格式2和3的最大相对误差也出现在山顶处，格式2的相对误差为负，其值远大于80%，而格式3的为正，其值也很大。因此，从相对误差看，格式1明显优于另两种格式。但如果认为只有当相对误差小于或等于10%时格式才可被采用的话，那么，3种格式的计算精度都不能满足要求。

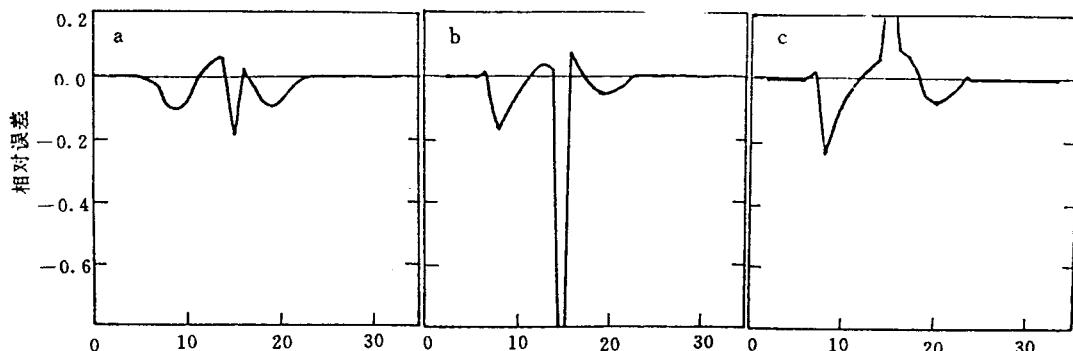


图4 WPG1中格式1 (a)、2 (b) 和3 (c) 的相对误差分布  $\sigma = 0.9$

Fig. 4 Distributions of the relative errors of formats No. 1 (a), No. 2 (b) and NO. 3 (c) in WPG1 experiment at the level  $\sigma = 0.9$ .

比较图2和图3，还可以发现，近似计算格式的精度与模式大气的性质有关。不同的气象要素分布，计算格式的精度也可不同。因此，式(1)中用 PG 的时间变化代替  $PG^*$  的时间变化的做法，仍包含一定的误差。

绝对误差和相对误差的大小还取决于地形高度和梯度，在 WPG2 试验中，由于地形高度和梯度减小（见表1），误差也减小。图5是 WPG2 试验中3种格式的相对误差。可以看到，

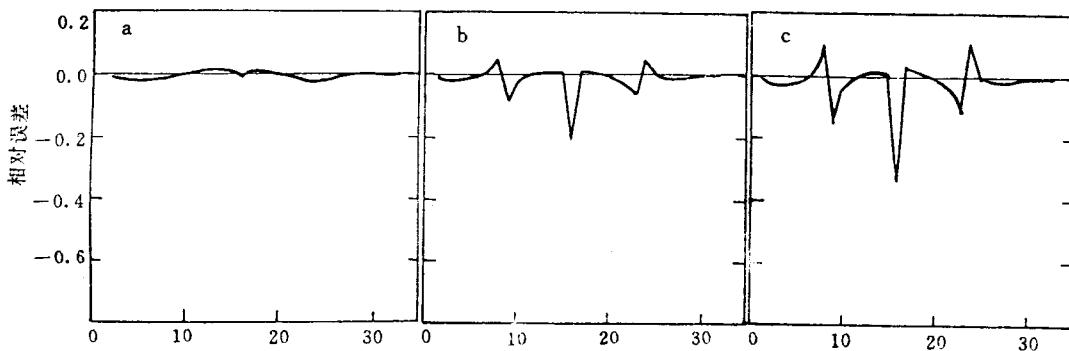


图5 同图4，但为 WPG2 试验

Fig. 5 Distributions of the relative errors of formats No. 1 (a), No. 2 (b) and NO. 3 (c) in WPG2 experiment at the level  $\sigma = 0.9$ .

与 WPG1 中的相比, 3 种格式的相对误差都缩小了。尤其是格式 1, 相对误差很小, 已可满足计算精度要求。但格式 2 和 3 的相对误差仍使它们不能被采用。

从以上精度试验的结果分析可见, 在地形高大和陡峭时, 3 种格式都不够精确。在其它  $\sigma$  面上的情况类似, 不过误差随  $\sigma$  值减小而减小。

#### 4.2 扣除试验

将 HPG1 与 WPG1 的结果相减, 可以得到气压梯度的时间变化。将理论值之差和 3 种格式的近似值之差进行比较, 即可检验扣除法的精度。

图 6 是 HPG1—WPG1 气压梯度的差值随  $x$  的分布。从图可见, 这两种分布几乎完全相同。如果将图 6b, c, d 中的曲线与 6a 中的曲线叠加在一起, 可以发现是重合的。这说明利用扣除法确实可以达到非常好的效果。

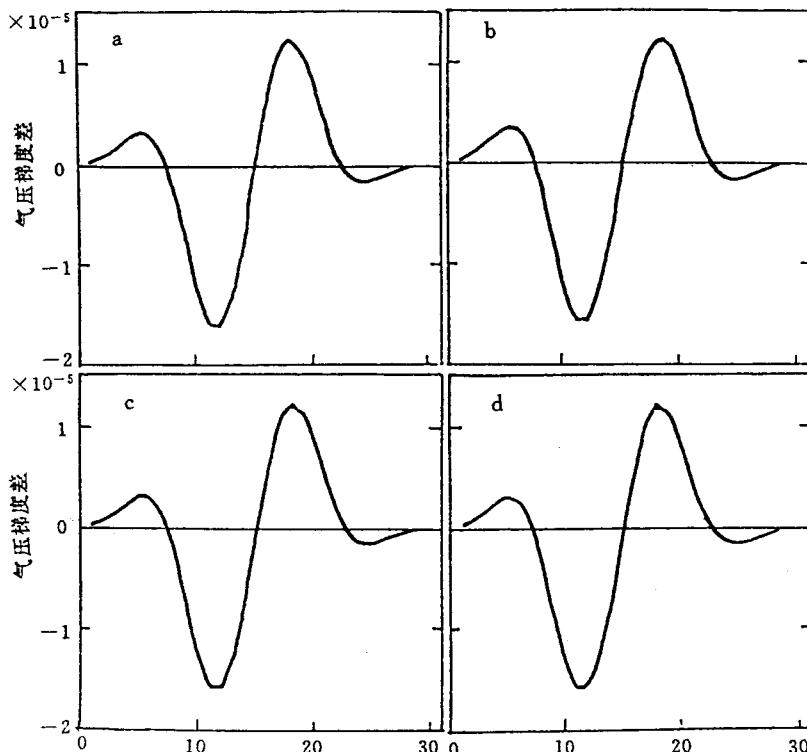


图 6 HPG1—WPG1 气压梯度差值分布

a. 理论值; b. 格式 1 的计算值; c. 格式 2 的计算值; d. 格式 3 的计算值;  $\sigma = 0.9$

Fig. 6 Differences of pressure gradients between HPG1 and WPG1. (a) the theoretical values.  
(b) format No. 1. (c) format No. 2 and (d) format No. 3 at the level  $\sigma = 0.9$ .

但扣除法并非真的没有误差。图 7 就是 3 种格式的绝对误差。可以看出, 格式 1 和 2 的绝对误差都较小, 最大绝对值约为  $2.5 \times 10^{-7}$ 。格式 3 的误差略大, 最大绝对值约为  $6 \times 10^{-7}$ , 是前两种格式的 2 倍多。不过, 这种绝对误差并不影响格式 3 的使用, 因为格式 3 的相对误差并不大。这一点可以从图 6 和图 7 的比较中看出。在图 6 中, 气压梯度差的最大绝对值是

$1.4 \times 10^{-5}$ , 因此格式3的相对误差仍可在 $4 \times 10^{-2}$ (即4%)左右, 这比图4和5中的相对误差都要小得多。至于格式1和2的相对误差则更小, 为2%以下。

仔细比较图6和图7可以发现, 格式1的精度比格式2的高。这是因为格式1误差曲线与 $x$ 轴的交点与图6a中的交点基本重合, 而格式3和格式2的交点却与图6a中的不重合, 因此相对误差仍以格式1的为最小。

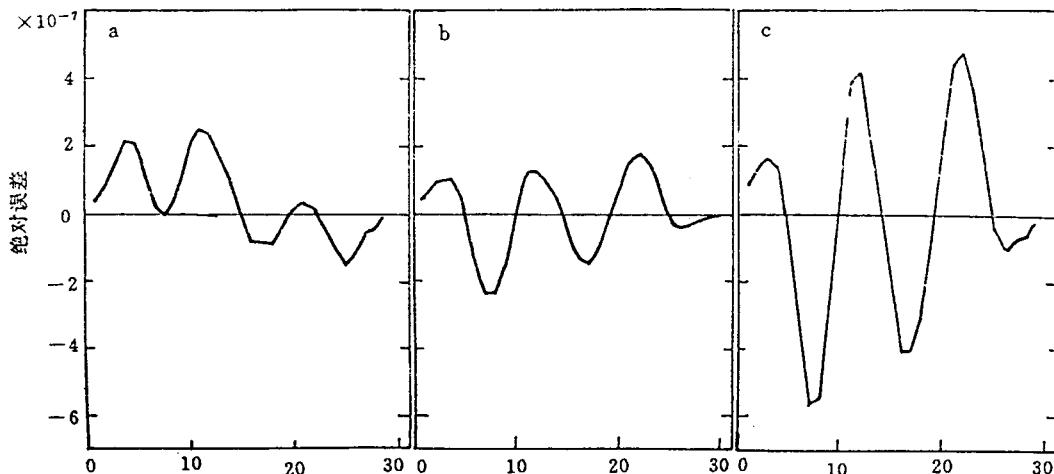


图7 HPG1—WPG1中格式1 (a)、2 (b) 和3 (c) 的绝对误差  $\sigma=0.9$

Fig. 7 The absolute errors of formats No. 1 (a), No. 2 (b) and No. 3 (c) against the theoretical values of the differences of pressure gradients between HPG1 and WPG1 at the level  $\sigma=0.9$ .

## 5 结 论

3种气压梯度的近似计算式在单独用于某一时刻的气压梯度计算时, 都不够精确。地形降低时, 精度提高。但除格式1外, 仍不能满足精度要求, 它们的相对误差可达到和超过20%。3种计算公式中, 精度最差的是经典格式, 平均温度格式则较好。

在利用误差扣除法原理计算气压梯度时, 3种格式都能达到计算精度的要求, 其精度可达到4%—2%, 比不用扣除法时要提高一个量级。由此证明, 误差扣除法是一种行之有效的方法, 其原理适用于任何地形跟随坐标系数值模式。

## 参 考 文 献

- 1 颜宏, 钱永甫. 有地形数值模式中坐标变换和气压梯度力计算问题的讨论. 大气科学, 1981, 5: 175—187.
- 2 钱永甫, 钟中. General forms of dynamic equations for atmosphere in numerical models with topography. *J. Meteo. Soc. Japan*, 1986, special volume: 743—756.
- 3 钱永甫, 王云峰. 数值模式中气压梯度力的算法试验. 气象学报, 1991, 49: 538—547.

## ERROR SUBTRACTION METHOD IN COMPUTING PRESSURE GRADIENT FORCE FOR HIGH AND STEEP TOPOGRAPHIC AREAS

Qian Yongfu Zhou Tianjun

(*Department of atmospheric sciences, Nanjing University, Nanjing, 210008*)

### Abstract

A new method of computation of the pressure gradient force for high and steep topographic areas is developed and named as error subtraction method. The basic principle of the method, which is simple and accurate, is given. Later, ideal atmospheres and three approximate formulas for computation of pressure gradient force are used to check the method. Results show that all of the three methods are not precise enough when they are directly used in computation. In areas with steep slopes the relative errors of the three formulas can reach 20% or above. Even in plain areas with small and low topography, the relative errors are still not negligible. Only the format using average temperature is satisfactory. However, when the three formulas are used in the error subtraction method, the absolute and the relative errors are remarkably reduced, the orders of the relative errors are around  $10^{-2}$ .

**Key words** Topographic treatment Computation methods Error subtraction