

有地形模式中气压梯度力误差扣除法的模拟试验^{①②}

钱永甫 周天军

(南京大学大气科学系, 江苏省南京市 210008)

提 要: 在现有有地形的数值模式中, 陡峭地形区气压梯度力的计算存在一个普遍问题, 即计算精度较高的格式比较繁琐而费时, 简单省时的格式又不精确和不稳定。为解决这个问题, 作者等在最近提出了一种方法, 称为气压梯度力的误差扣除法。该方法假定: 气压梯度力的计算误差主要来自地形而与气压形势关系较小。用理想场对该方法进行检验后表明, 这一方法是成功的。

本文则用气候模式对作者提出的有地形数值模式中气压梯度力的误差扣除法进行了模拟检验。所用模式是作者等使用多年的 $P-\sigma$ 混合坐标系 5 层模式, 选用了四种气压梯度力的计算格式, 即 DDD 格式、Corby 格式、平均温度格式和经典中央差格式。比较了这四种格式在有无误差扣除时的模拟结果, 发现: 对于计算精度较高的格式, 如 DDD 格式、Corby 格式及平均温度格式, 有无误差扣除的结果相差不大, 但误差扣除法仍可在一定程度上改善模拟效果。对于计算精度差的格式, 如经典中央差格式, 在无误差扣除时计算不稳定, 得不到模拟结果, 进行误差扣除后, 从根本上提高了其计算精度, 因而也提高了计算的稳定性, 达到了较满意的模拟效果。而且与其它格式的模拟结果相当接近。

本文提出的误差扣除法可同时用于格点模式和谱模式。

关键词: 气压梯度力; 误差扣除法; 数值模拟。

中图法分类号: P435

1 引 言

在陡峭地形区, 数值模式中气压梯度力的计算精度直接影响模拟和预报结果。作者等曾就有陡峭地形的数值模式中的气压梯度力计算方案进行过详细的讨论和检验, 并对各种气压梯度力的计算方案的优劣作出过评价^(1—3)。

分析现有的气压梯度力计算方案后, 作者发现, 较精确的方案常常计算繁杂和费时, 较简单的计算公式则往往不能满足计算精度的要求, 不是模拟或预报结果不佳, 就

①1993年12月28日收到, 1994年7月28日收到修改稿。

②本文由国家基础性研究重大关键项目“气候动力学和气候预测理论研究”和85—906攻关项目资助。

是计算不稳定。因此，有必要发展一种既计算简便又有较高精度的格式。作者等在分析了陡峭地形区气压梯度力计算误差根源的基础上，提出了用误差扣除法来计算气压梯度力的方案，并用理想场做了检验，表明这种“误差扣除法”有相当高的精度，且可选择简单的计算格式⁽⁴⁾。

本文将“误差扣除法”用于 P- σ 混合坐标系模式⁽⁵⁾，对四种气压梯度力计算格式的“无扣除”和“有扣除”的模拟结果进行了分析和比较，以便检验该方法在夏季气候模拟中的可用性。

2 误差扣除法和计算格式

设气压梯度力的精确值为 PG^* ，用某种计算格式计算出的近似值为 PG ，两者的误差为 ε ，于是可有

$$PG^* = PG + \varepsilon \quad (1)$$

ε 可认为是由陡峭地形和计算格式共同引起的误差。因此， ε 与时间的关系可以忽略。设任意时间有一个无气压梯度力的参考大气，则显然有

$$\varepsilon = -PG(0) \quad (2)$$

这就是说，当地形和计算格式选定后，很容易计算出误差 ε 的值。式中 $PG(0)$ 是无气压梯度力参考大气中用某一格式计算出来的气压梯度值。

如果能用某种方法确定初始时刻气压梯度力的精确值 $PG^*(0)$ ，并用某种格式计算出气压梯度力的近似值 $PG(0)$ ，则 ε 也可以确定，即

$$\varepsilon = PG^*(0) - PG(0) \quad (3)$$

事实上，精确值永远是未知的，不过，我们可以将等压面或水平面上的气压梯度力计算值当作精确值。本文采用(3)式确定 ε 。

表 1 气压梯度力的四种计算格式

Table 1 4 computational formats of pressure gradient force.

编 号	格式名称	计算公式
1	DDD	$PDF = -\nabla_\sigma [\Phi - R(T + \frac{r}{2} \ln \frac{P_0}{P}) \ln \frac{P_0}{P}]$ (4)
2	Corby	$PGF = -\nabla_\sigma \Phi - RT \nabla_\sigma \ln p$ (5)
3	MTM	$PGF = -\nabla_\sigma \Phi - RT \nabla_\sigma \ln p$ (6)
4	CLS	$PGF = -\nabla_\sigma \Phi - RT \nabla_\sigma \ln p$ (7)

本文的数值试验中选用了表 1 所列的四种格式。表中 DDD 格式为 P- σ 混合坐标系模式所采用的格式，称为差微差格式⁽⁶⁾；Corby 格式是许多格点模式所采用的格式；MTM 格式称为平均温度格式，平均符号表示在 X 或 Y 方向上差分点的温度用周围相邻两格点上的温度平均值代替；CLS 格式就是经典中央差格式，许多试验均证明此种格式是计算不稳定的，即有很大的误差。(4)至(7)式的微商均用中央差代替。在 DDD 格式中， γ 是温度递减率，即 $\gamma = \partial T / \partial \ln P$ ，在两模式层间取常数， P_0 为差分

点的气压。 $(4)-(7)$ 式中其它符号均为常用的。

试验用模式的详细情况可参阅文献[5—7]，此处不再赘述。模式的初始场为6月纬向平均的100, 300, 500和700 hPa高度场以及海平面气压场，经初始化处理插值得到模式层上的温度、高度和风分量场。水汽的初始场由6月纬向平均的500, 700和850 hPa上的温度露点差确定。

在 σ 坐标系的模式层上，需要给定每一格点上的初始误差 ε 场。为此，我们将300, 500, 700 hPa和海平面上的气压梯度力数值用中央差方法在每一格点上算出来，然后在垂直方向采用线性插值插到模式面上，将它们作为精确值 $PG^*(0)$ ，分别用四种格式计算出相应的 σ 面上的气压梯度力的值 $PG(0)$ ($i=1, 2, 3, 4$)，于是可得 $\varepsilon_i = PG^*(0) - PG(0)_i$ 。

对于每一种格式都作了两种试验，即无扣除试验和有扣除试验。在无扣除试验中，气压梯度力用 $(4)-(7)$ 式计算。在有扣除试验中，气压梯度力用 $(4)-(7)$ 式计算出来后，再加上误差场。为书写方便，无扣除法试验在格式名称后缀以NS，如DDD.NS等，有扣除法试验则缀以WS，如DDD.WS等。模式从纬向初始场开始积分，到第10天后模拟场已无明显变化，因此，积分至第20天时停止，取第11天至第20天每一小时累加结果的平均值作为气候平均场。

3 结果分析和讨论

在给出模拟图之前，我们先来看8个试验的模拟效果。为此，求出了每个试验的海平面平均气压场和降水场与观测的7月海平面气压场和夏季6—8月平均的降水场的线性相关系数 R_p 和 R_r ，列于表2。

从表2可见，对于海平面气压场的模拟来说，四种格式的有扣除法试验均比无扣除法试验的效果好，相关系数都是有扣除法试验的高。对于降水场来说，除DDD格式外，其它三种格式也是有扣除法试验的效果好一些。尤其对于经典格式(CLS)，更是如此。因为CLS.NS试验没有得到结果，时间积分不稳定，大约在第三模式日前模拟场就被误差所扰乱而造成计算溢出。

从表2还可以看到，在无扣除时，DDD格式和Corby格式具有相同的海平面气压场模拟技巧，在降水场的模拟技巧上，DDD格式略好于Corby格式，MTM格式略差一些，CLS格式最差，积分不稳定，没有模拟结果。从总体上看，前三种格式相差并不大，相关系数的差别在1%左右。四种格式在有扣除法试验时都能取得类似的模拟效果。从相关系数看，Corby格式最好，DDD格式次之，MTM格式第三，CLS格式第四。但它们之间相关系数的差异很小，对于海平面气压场不超过1%，对于降水场不超过5%。因此，在扣除法试验时，四种格式的计算精度可以说是相同的。应当指出的是，对于降水的模拟，DDD.WS反而比DDD.NS差一些，原因尚待探究。

表2还指明，对于前三种格式，有扣除法试验和无扣除法试验的相关系数差异也不大，这说明，这三种格式的无扣除法形式已经具有相当高的计算精度，因此，误差场 ε 很小。不过，相关系数的差异虽小，在模拟图上仍可能表现出某些特征的区别。这在后面的讨论中将会看到。

为了比较 8 个试验的性能，我们将它们的相关系数两两相减，列在表 3 中。由于 CLS.NS 没有结果，故实际上表 3 中只有 7 个试验。表 3 中的数字是表上方试验的相关系数与表左方试验的相关系数之差，左边一列数据是 ΔR_p ，右边是 ΔR_r 。由表 3 可以看到，Corby.WS 具有最佳效果，MTM.NS 效果最差。CLS.WS 的效果虽然仅比 MTM.NS 好一些，但它与最佳效果的 Corby.WS 相比， ΔR_p 和 ΔR_r 都在 4% 以内。

表 2 8 个试验模拟出的平均海平面气压和降水与实况的相关系数

Table 2 Correlation coefficients of the 8 experiments for the sea-level pressure and the rainfall fields.

试验名称	R_p	R_r
DDD.NS	0.7980	0.3487
DDD.WS	0.8045	0.3100
Corby.NS	0.7980	0.3445
Corby.WS	0.8059	0.3574
MTM.NS	0.7896	0.3157
MTM.WS	0.7990	0.3310
CLS.NS		
CLS.WS	0.7968	0.3249

表 3 7 个试验相关系数之差 ΔR_p 和 $\Delta R_r(%)$

Table 3 Differences of the correlation coefficients between the 7 experiments.

名 称	DDD.NS	DDD.WS	Corby.NS	Corby.WS	MTM.NS	MTM.WS	CLS.WS							
DDD.NS	0	0	0.65	-3.87	0	-0.42	0.79	0.87	-0.84	-3.30	0.02	-1.77	-0.12	-2.38
DDD.WS	-0.65	3.87	0	0	-0.65	3.45	0.14	4.74	-1.49	0.57	-0.55	2.10	-0.77	1.49
Corby.NS	0	0.42	0.65	-3.45	0	0	0.79	1.29	-0.84	-2.88	0.02	-1.35	-0.12	-1.96
Corby.WS	-0.79	-0.87	-0.14	-4.74	-0.79	-1.29	0	0	-1.36	-4.17	-0.69	-2.64	-0.91	-3.25
MTM.NS	0.84	3.30	1.49	-0.57	0.84	2.88	1.36	4.17	0	0	0.94	1.53	0.72	0.92
MTM.WS	-0.02	1.77	0.55	-2.10	-0.02	1.35	0.69	2.64	-0.94	-1.53	0	0	-0.22	-0.61
CLS.WS	0.12	2.38	0.77	-1.49	0.12	1.96	0.91	3.25	-0.72	-0.92	0.22	0.61	0	0

从上面的讨论可以看出，前三种气压梯度力的计算格式在无扣除时已可以满足数值模式的精度要求，但将误差扣除后，模拟效果仍可有所提高。对于经典格式，误差扣除法的效果非常明显。将经典格式的计算误差扣除后，模拟结果与最好的方案 Corby.WS 相差不大，而其计算步骤要简单得多。由此可见，采用误差扣除的思想，发展一种既简单又有较高精度的气压梯度力计算格式是现实的。

相关系数的大小只是从一个方面反映了计算格式的优劣。下面我们从模拟得的形势图对计算方案进行比较。

先看 Corby.WS 和 CLS.WS 的模拟结果。

图 1 是 Corby.WS 的模拟结果。其中(a)为 100 hPa 高度场，单位什米，间隔 4；(b)为海平面气压场，单位百帕，间隔 4；(c)为日平均降水量场，单位毫米，除最小的

等值线为 0.1 mm 以外，其它等值线均为 2 的倍数。图 2 是 CLS.WS 的相应模拟结果。将图 1 和图 2 比较可以看出，无论是高空和低空的气压形势还是降水场，两者是十分相似的。只是在一些细微的特征上两者有所差别。例如，100 hPa 上我国东部的高压中心，在海平面气压图上青藏高原上的低压，都是 Corby.WS 中略强一些。在降水图上，Corby.WS 中青藏高原西南侧的降水中心更接近实况。正是这些细微的差异，使两者的相关系数略有高低。

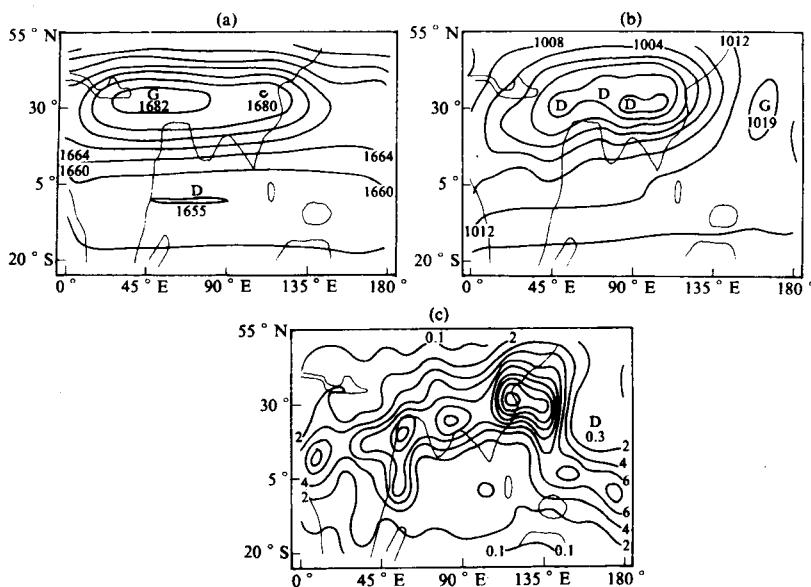


图 1 Corby.WS 的模拟结果

(a) 100 hPa 高度场(什米), (b) 海平面气压场(百帕), (c) 日平均降水量(毫米)分布

Fig. 1 Simulated results of Corby.WS: (a) 100 hPa level height(decameter),
(b) sea-level pressure(hPa) and (c) daily mean rainfall(mm).

将图 1 或图 2 与实际观测场(略)比较可以发现，模拟场和观测场相符是很好的。根据我们以往的研究，一般高空形势场的相关系数高于低空场，而在这两个试验中，海平面气压的相关系数都在 80% 左右，故高空场的相关系数应比 80% 还要高。降水的相关系数比较低，这一方面是因为降水分布的局地性强，另一方面可能是由于用于求相关的观测场是 6—8 月的平均场之故。

图 1 和图 2 的比较说明，一种计算精度极差的气压梯度力计算格式——经典中央差格式，本不能用来计算陡峭地形区的气压梯度力，但是采用误差扣除法后，其精度可以大大提高。它不仅可以使模式稳定地积分，而且有良好的模拟性能。从这个意义上说，具有误差扣除的经典中央差格式，是既经济而又较精确的格式。

从表 1 可以看到，对于气压场而言，CLS.WS 是四种有误差扣除格式中最差的一种，既然 CLS.WS 的模拟结果都具有良好的效果，那么 MTM.WS 和 DDD.WS 也应

是好的格式。不过 DDD.WS 计算费时，不拟采用，而 MTM.WS 几乎与 CLS.WS 具有同样简单的计算过程且效果略优于 CLS.WS，因此，MTM.WS 格式也是一种既经济而又精确的格式。

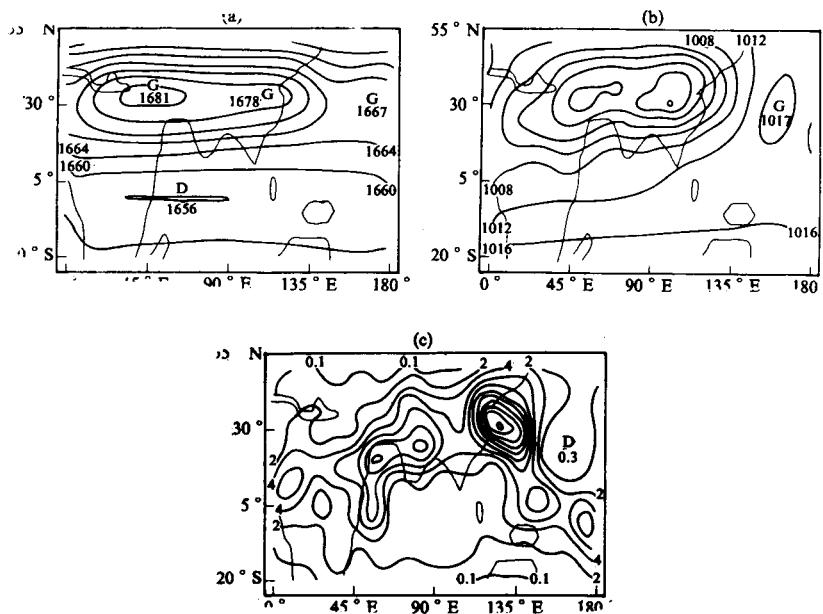


图 2 CLS.WS 的模拟结果

其余说明同图 1

Fig. 2 The same as Fig. 1, but for CLS.WS.

前面已多次指出，采用扣除法的格式比无扣除法的格式模拟的效果要好。除了相关系数大小可以说明这一点外，在模拟图上又有那些差别呢？从表 3 可见在有结果的 7 种格式试验中，MTM.WS 和 MTM.NS 的差异最大。因此，我们选用这两个试验的结果进行比较。

图 3 和图 4 分别是 MTM.WS 和 MTM.NS 模拟得到的 100 hPa(a)、海平面气压(b)和日平均降水量(c)的分布形势。由图可见，在 100 hPa 上，MTM.NS 模拟不出夏季南亚高压的带状结构，高压中心在阿拉伯上空。在 MTM.WS 中，南亚高压的带状结构得到了较好的模拟，西部的高压中心减弱了一些，在我国的东海岸出现了一个次高压中心。这与观测事实更相符。在海平面气压场上，MTM.WS 中西太平洋副热带高压略有减弱，而印度半岛东海岸和孟加拉湾的低压更为明显。在降水分布图上，两者的主要差异出现在南亚和东南亚，MTM.WS 中的分布更符合夏季降水特征。

为了更清楚地表现出 MTM.WS 和 MTM.NS 的差异，在图 5 中给出两个试验降水量(a)和边界层风矢(b)的差值分布。由图 5a 可见，印度半岛和华东沿海的降水量明显减少。相反，孟加拉湾至中南半岛、华中和华北至东北一带降水明显增多。西太平洋地区是北部增多而南部减少。从图 5b 可以揭示降水变化的原因。我们看到，孟加拉湾至中南半岛、华北和东北地区，边界层中风场的气旋性环流增加，气流辐合增大，因而降水

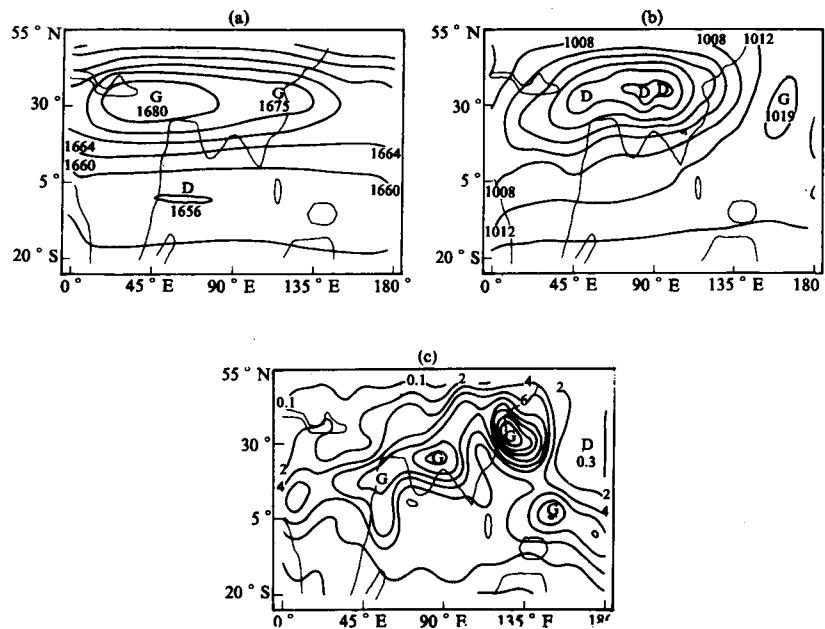


图 3 MTM.WS 的模拟结果

其余说明同图 1

Fig. 3 The same as Fig. 1, but for MTM.WS.

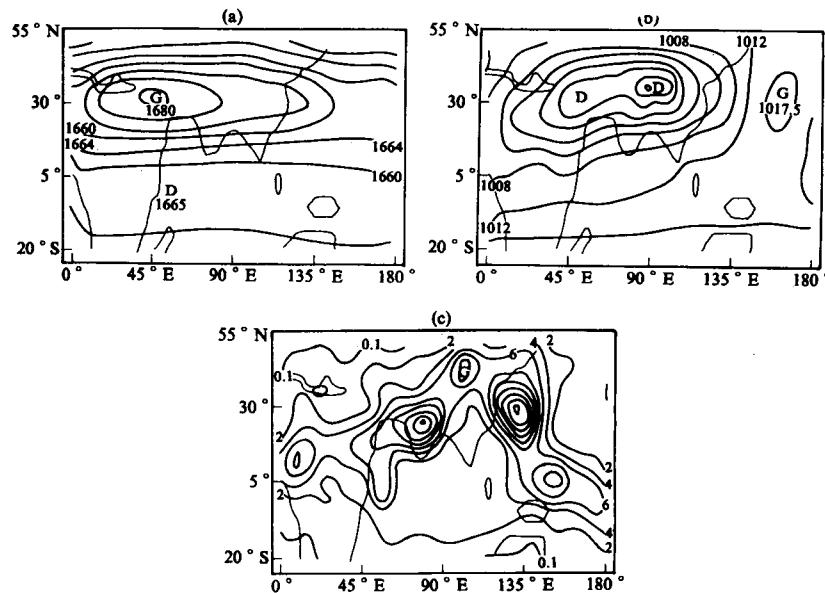


图 4 MTM.NS 的模拟结果

其余说明同图 1

Fig. 4 The same as Fig. 1, but for MTM.NS.

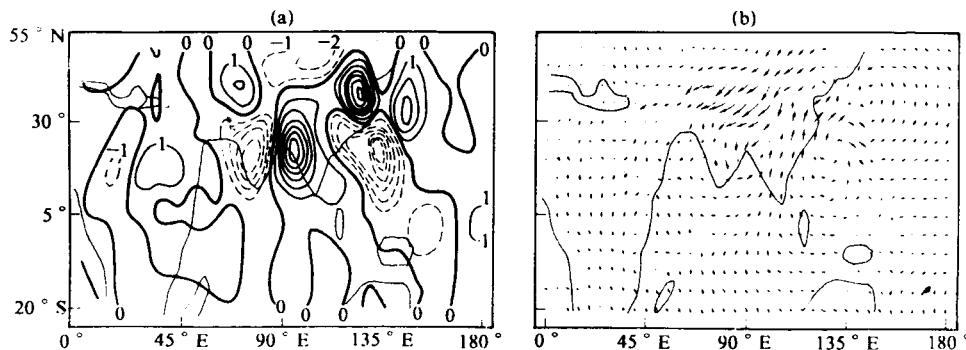


图 5 MTM.WS 减 MTM.NS 的日平均降水量(a)和边界层风矢(b)的差值分布

Fig. 5 Differences of daily mean rainfall(a) and boundary layer velocities (b)
between MTM.WS and MTM.NS.

增多。反之，在印度半岛上和西太平洋南部辐散增大，故降水减少。图 5b 中气流差值分布和海平面气压形势场的变化也是十分一致的。

由以上分析可见，对于计算精度较高的格式，采用误差扣除法后，在细节上仍会有所改进，使之更加符合观测事实。

将图 3 与图 1 或图 2 相比，可以看出它们很相似。这说明计算格式虽然不同，但在误差扣除后其模拟结果是很一致的，因此，它们的计算精度也十分接近。

4 结 论

通过以上讨论可以看出，误差扣除法在处理陡峭地形时是很有效的。对于计算精度较高的格式，误差扣除法仍可改善模拟效果，使其更接近实况。对于计算精度差甚至不稳定的格式，误差扣除法可使计算精度从根本上得到提高，其模拟效果可与高精度计算格式相比拟。

本文还建议，平均温度格式(MTM)和经典中央差格式(CLS)可作为被选用的简单格式，采用误差扣除法后，这两种格式即成为计算简便、精度较高的格式。最后还应指出，本文的误差扣除法原理与通常所说的静力扣除法完全不同，其效果也明显优于后者，且计算简便得多。

参 考 文 献

- (1) 颜 宏、钱永甫，有地形数值模式中坐标变换和气压梯度力计算问题的讨论，*大气科学*，1981年，第5卷，第2期，175—187页。
- (2) 钱永甫、钟 中，General forms of dynamic equations for atmosphere in numerical models with topography, *J. Meteo. Soc. Japan. (Special Volume)*, 1986, P. 743—756.
- (3) 钱永甫、王云峰，数值模式中气压梯度力的算法试验，*气象学报*，1991年，第49卷，第4期，538—547页。
- (4) 钱永甫、周天军，陡峭地形区气压梯度力的误差扣除法，*热带气象学报*，1994年，第10卷，第4期，358—368页。

- (5) 钱永甫, A five-layer primitive equation model with topography, 高原气象, 第4卷, 第2期(增刊), 1—28页。
(6) 钱永甫、颜 宏、王谦谦、王安宇, 行星大气中地形效应的数值研究, 北京: 科学出版社, 1988年, 217页。
(7) 钱永甫, 气候变化中下垫面作用的数值模拟, 大气科学, 1993年, 第17卷, 第3期, 283—293页。

MODELLING TESTS OF THE ERROR SUBTRACTION SCHEME FOR THE PRESSURE GRADIENT FORCE IN MODELS WITH TOPOGRAPHY

Qian Yongfu Zhou Tianjun

(Department of Atmospheric Sciences, Nanjing University, Nanjing, Jiangsu 210008)

Abstract: In the present numerical models with topography, there is a common problem of computation of the pressure gradient force in the steep mountainous areas. That is, the computational formats with high accuracy are complex and time-consuming and those which are simple and time-saving are not precise and stable. In order to solve the problem, the authors recently developed a scheme called the error subtraction method of the pressure gradient force which assumes that the computational errors of the pressure gradient force are mainly resulted from the topography and have less relations to the pressure patterns. The tests made by use of ideal fields show that the method is successful.

Modelling tests are made in this paper to check the error subtraction scheme of the pressure gradient force in models with topography developed by the authors. Four computational formats are selected, the modelling results of the four formats with and without the subtraction scheme are compared with one another. It is found that the modelling results are not very much different between the schemes with and without subtractions when formats with higher accuracy are used. However, the formats with error subtractions can still improve the modelling results to some extent. For formats with low accuracy the error subtraction method can fundamentally improve the accuracy and stability of computation, and get satisfactory efficiency of modellings.

Key words: Pressure gradient force; Error subtraction method; Numerical modellings.

第一作者简介: 钱永甫, 男, 56岁, 硕士研究生毕业, 1964年毕业于中国科学技术大学, 现任南京大学教授, 灾害性天气气候研究所所长。